

УДК 539.376

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2023/2.24>

Плащинська А.В., к.т.н., с.н.с.
Романов О.В., к.т.н., с.н.с.

Alla V. Plashchynska, Ph.D
Olexander V. Romanov, Ph.D

Щодо розрахунку втомної довговічності призматичних стержнів за умов одновісного асиметричного згину

To the computation of the fatigue life of prismatic bars under uniaxial asymmetric bending

Національна академія наук України
Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка
вул. Нестерова, 3, м. Київ-57, 03057, Україна
e-mail: creep@inmech.kiev.ua

National Academy of Sciences of Ukraine
S.P.Timoshenko Institute of Mechanics
P.Nesterov str., 3, Kyiv-57, 03057, Ukraine
e-mail: creep@inmech.kiev.ua

Розглянуто альтернативний емпіричному підхід щодо розв'язку задач розрахунку втомної довговічності зразків матеріалів та елементів конструкцій за умов одновісного асиметричного багатоциклового навантаження. Підхід ґрунтується на концепції еквівалентних напружень, що дозволяє асиметричний цикл навантаження звести до еквівалентного за числом циклів до руйнування симетричного циклу. Структура еквівалентних напружень отримана на основі гіпотези існування єдиних ізохронних діаграм граничних напружень, які інваріантні стосовно числа циклів до руйнування. Як базові експерименти, для визначення матеріальних констант у вихідних рівняннях, використовуються легко відтворювані стандартні випробування гладких зразків матеріалу на короточасну міцність та втому за умов симетричного й асиметричного циклів навантаження згином. Розв'язано задачі аналізу багатоциклової втоми призматичних стержнів при одновісному асиметричному згині із врахуванням впливу середнього напруження циклу, коефіцієнту асиметрії та коефіцієнту амплітуд. Отримано задовільне узгодження результатів розрахунків з даними експериментів.

Ключові слова: призматичні стержні, одновісний асиметричний згин, багатоциклова втома, прогнозування довговічності, експериментальна апробація.

An alternative approach to solving the fatigue life computing problems for material samples and structural elements under uniaxial asymmetric cyclic loading has been considered. This approach is based on the concept of equivalent stresses, which allows the asymmetric load cycle to be reduced to the equivalent symmetric cycle for the number of fracture cycles. The structure of equivalent stresses is obtained based on the hypothesis of the existence of single isochronous ultimate stress diagrams, which are invariant with respect to the number of cycles to fracture. As basic experiments, to determine the material constants in the original equations, easily reproducible standard tests of smooth samples of the material for short-term strength and fatigue under symmetric and asymmetric bending load cycles are used. Problems of multicycle fatigue analysis of prismatic rods under uniaxial asymmetric bending, considering the influence of mean stress, stress range, and amplitude coefficient, have been solved. Satisfactory agreement of calculation results with experimental data was obtained.

Keywords: prismatic bars, uniaxial asymmetrical bending, high-cyclic fatigue, lifetime analysis, experimental approval.

Статтю представив чл.-кор. НАН України, д.ф.-м.н., проф. Жук Я.О.

Вступ

Для більшості відповідальних елементів конструкцій досить актуальною залишається проблема розрахунку їх довговічності в умовах багатоциклової втоми при асиметричному згині,

коли одночасно діють статичне та циклічне навантаження. У роботах [1,2] запропоновано підхід до прогнозування довговічності за умов одновісного асиметричного навантаження, який ґрунтується на концепції еквівалентних

напружень, що дозволяє асиметричний цикл навантаження звести до еквівалентного за часом до руйнування симетричного циклу. Структура еквівалентних напружень задається виходячи із гіпотези існування єдиної діаграми граничних напружень в нормованій системі координат, яка є інваріантною числу циклів до руйнування.

У межах підходу розв'язано задачі з розрахунку втомної довговічності призматичних стержнів за умов асиметричного згину як функції амплітуди циклічних напружень по параметру середнього напруження циклу σ_m^b , коефіцієнтам асиметрії R та амплітуд A .

1. Постановка задачі. Вихідні співвідношення

Розглядається довготривале руйнування призматичних ізотропних стержнів внаслідок багатоциклової втоми за умов одновісного асиметричного згину. Умови навантаження задаються співвідношеннями

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}^b = \sigma_m^b + \sigma_a^b \sin(2\pi n); \\ \sigma_{max}^b = \sigma_m^b + \sigma_a^b < \sigma_Y, \end{cases} \quad (1.1)$$

де $\tilde{\sigma}^b$ – змінне напруження асиметричного циклу; σ_m^b – середнє напруження; σ_a^b – амплітуда циклічного напруження; σ_{max}^b – максимальне, а $\sigma_{min}^b = \sigma_m^b - \sigma_a^b$ – мінімальне напруження циклу; σ_Y – межа течії матеріалу

$$\begin{cases} \frac{d\omega_f}{dn} = D_b \left(\frac{\sigma_{eqv}^b}{1 - \omega_f} \right)^{q_b} \\ n_R = \frac{1}{(1 + q_b) D_b (\sigma_{eqv}^b)^{q_b}} \end{cases} \quad \forall$$

де ω_f – скалярний параметр пошкодження, який змінюється від 0 при $n = 0$ до 1 при $n = n_R$; σ_{eqv}^b – еквівалентне напруження, що враховує вплив σ_m^b та параметрів R , A ; σ_B – межа короткочасної міцності матеріалу стержня; n_R – число циклів до руйнування; q_b , D_b , λ_b – константи матеріалу.

стержня; $n = ft$ – число циклів навантаження; f – частота навантаження; t – фізичний час.

Рівень асиметрії циклу навантаження задається коефіцієнтом асиметрії R та коефіцієнтом амплітуд A , таким чином

$$\begin{aligned} R &= \sigma_{min}^b / \sigma_{max}^b = (1 - A) / (1 + A); \\ A &= \sigma_a^b / \sigma_m^b = (1 - R) / (1 + R), \end{aligned} \quad (1.2)$$

де за умов симетричного ($\sigma_m^b = 0$) циклу навантаження $R = -1$ та $A = \infty$.

Вважається, що компоненти $\sigma_m^b = const$ та $\sigma_a^b = const$ (стаціонарний режим), циклічна компонента $\sigma_a^b \sin 2\pi ft$ достатньо швидко ($f \geq 10$ Гц) змінюються від циклу до циклу, а максимальне напруження циклу не перевищує межу течії матеріалу $\sigma_{max}^b < \sigma_Y$. У цьому випадку руйнування стержнів внаслідок втоми не супроводжується накопиченням макропластичних циклічних деформацій, а є наслідком розвитку процесу пошкодження та реалізується у багатоциклової області з числом циклів до руйнування $n_R \geq 10^4$.

Вихідні рівняння для розрахунку довговічності за параметрами σ_m^b , R , A задаються у вигляді системи

$$\begin{cases} \sigma_{eqv}^b = \left[\cos \left(\frac{\pi \sigma_m^b}{2 \sigma_B} \right) \right]^{-\lambda_b} \sigma_a^b \\ \sigma_{eqv}^b = \left[\cos \left(\frac{\pi (1 + R) \sigma_a^b}{2 (1 - R) \sigma_B} \right) \right]^{-\lambda_b} \sigma_a^b \\ \sigma_{eqv}^b = \left[\cos \left(\frac{\pi (1 - R) \sigma_a^b}{2 A \sigma_B} \right) \right]^{-\lambda_b} \sigma_a^b \end{cases} \quad (1.3)$$

2. Методика визначення характеристик матеріалу та коефіцієнтів вихідних рівнянь

Вихідні рівняння (1.3) для розв'язання задачі розрахунку довговічності стержнів за умов одновісного асиметричного згину, містять три групи констант матеріалу та коефіцієнтів, які визначаються з системи відповідних базових експериментів.

Перша група констант матеріалу містить межу короткочасної міцності σ_B та визначається за результатами стандартних випробувань зразків на одновісний розтяг.

Друга група констант матеріалу містить коефіцієнти q_b та D_b , що характеризують опір матеріалу втомі за умов одновісного згину. Значення коефіцієнтів визначаються шляхом апроксимації експериментальних даних на втому за умов одновісного симетричного згину зразків матеріалу функцією у вигляді

$$n_R = \frac{1}{(1 + q_b)D_b(\sigma_a^b)^{q_b}}, \quad (2.1)$$

за умов $\sigma_m^b = 0$, $\sigma_{eqv}^b = \sigma_a^b$.

Задача визначення коефіцієнтів q_b та D_b у (2.1) зводиться до мінімізації функціоналу

$$\Phi(q_b, D_b) = \sum_{j=1}^S \left\{ n_{Rj}(\sigma_{nj}^b) - \frac{1}{(1 + q_b)D_b(\sigma_{aj}^b)^{q_b}} \right\}^2, \quad (2.2)$$

де σ_{aj}^b , n_{Rj} – набір дискретних значень амплітуд напружень та чисел циклів до руйнування.

Третя група констант матеріалу містить показник степені λ_b , що характеризує чутливість матеріалу до асиметрії циклу напружень. Значення λ_b розраховуються за результатами обробки експерименту для декількох комбінацій дискретних значень статичних σ_m^b та амплітуд циклічних σ_a^b напружень. Задача визначення показника степені λ_b в (1.3) зводиться до мінімізації функціоналу [1, 2]

$$\Phi(\lambda_b) = \sum_{j=1}^k \left\{ \left[\frac{\sigma_{aj}^b}{\sigma_{nj}^b(n_{Rj})} \right] - \left[\cos\left(\frac{\pi \sigma_{mj}^b}{2 \sigma_B}\right) \right]^{\lambda_b} \right\}^2 \quad (2.3)$$

де σ_{aj}^b , σ_{mj}^b , σ_{nj}^b , n_{Rj} – набір дискретних значень амплітуд циклічних напружень, середніх напружень, меж втоми за умов симетричного циклу напружень та відповідних їм чисел циклів до руйнування. У якості σ_{aj}^b та σ_{mj}^b можуть бути обрані значення $\sigma_{aj}^b = \sigma_{mj}^b$, що відповідають віднульовому циклу напружень, так що коефіцієнт амплітуд $A = 1$.

3. Розрахунок довговічності призматичних стержнів зі Сталі 45 при одновісному асиметричному згині

Розв'язуються задачі розрахунку втомної довговічності призматичних стержнів за умов одновісного асиметричного згину зі Сталі 45 за рівняннями (1.3). Характеристики короткочасної міцності матеріалу $\sigma_Y = 408$ МПа, $\sigma_B = 731.8$ МПа, та коефіцієнти $q_b = 6.08$, $D_b = 5.140 \cdot 10^{-21}$ МПа^{-q}цикл, $\lambda_b = 1.82$ визначені за викладеною методикою.

Результати розрахунків нанесено на фіг.1 штриховими та штрих-пунктирними лініями, а експериментальні дані [2, 3, 4] – маркерами. На фіг.1(а) представлено отримані результати по параметру середнього напруження $\sigma_m^b = const$ ($\sigma_m^b = 147$ МПа (○), $\sigma_m^b = 196$ МПа (●)), на фіг.1(б) по параметру коефіцієнта асиметрії $R = const$ ($R = -0.1$ (○), $R = 0.1$ (●)), на фіг.1(в) по параметру коефіцієнта амплітуд $A = const$ ($A = 1.2$ (○), $A = 0.82$ (●)). Суцільними лініями нанесені експериментальні „криві” втоми за умов симетричного циклу ($\sigma_m = 0$).

Висновки

Підхід до розрахунку довговічності елементів конструкцій в умовах класичної втоми при одновісному асиметричному згині, який ґрунтується на концепції еквівалентних напружень, може розглядатись як один із найбільш ефективних підходів до розв'язку такого класу задач. Концепція еквівалентних напружень дозволяє дію компонент асиметричного циклу зводити до дії еквівалентної за числом циклів до руйнування амплітуди симетричного циклу. У якості базових експериментів при визначенні матеріальних констант використовуються легковідтворювані стандартні випробування зразків матеріалу на короткочасну міцність та на втому за умов симетричного та асиметричного циклів навантаження.

Ефективність вищезазначеного підходу до прогнозування довготривалого руйнування елементів конструкцій внаслідок класичної (багатоциклової) втоми апробується в роботі на задачах розрахунку довговічності призматичних стержнів із Сталі 45. Як показано на Рис. 1, отримано цілком задовільне узгодження результатів розрахунків числа циклів до руйнування стержнів за умов одновісного асиметричного згину із даними експериментів.

Максимальна похибка не перевищує 20% і на асиметричного циклу напружень, а також рівень

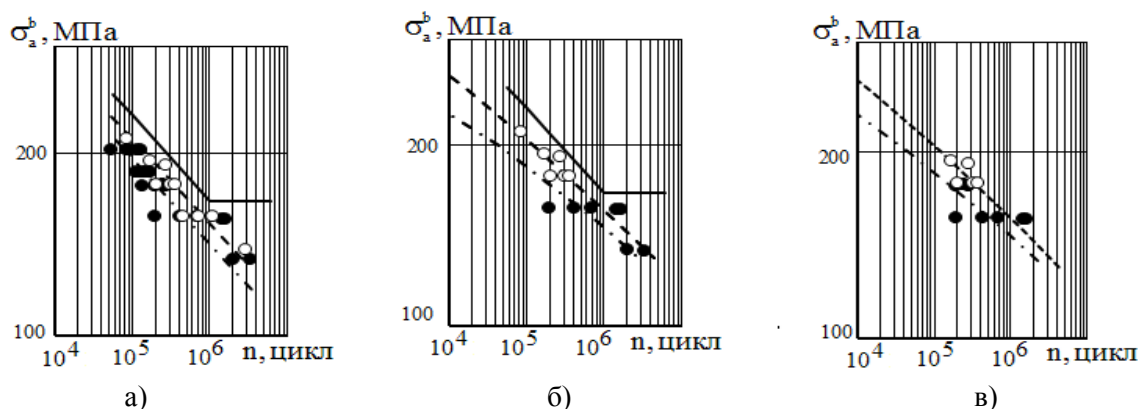


Рис. 1. Результати розрахунків втомної довговічності призматичних стержнів зі Сталі 45.

величину похибки практично не впливає напружень.
структура залежності числа циклів до
руйнування від характеристик та параметрів

Список використаних джерел

1. Голуб В.П. К расчету предельного состояния армированных пластиков и неориентированных полимеров при асимметричном многоцикловом растяжении-сжатии [Текст] / В.П.Голуб, В.И.Крижановский, А.Д.Погребняк // Механика композитных материалов. – 2004. – Том 40, №1. – С. 65-82.
2. Голуб В.П. Усталостная прочность металлических и композитных материалов при нагружении асимметричным многоцикловым изгибом [Текст] / В.П.Голуб, А.Д.Погребняк, Е.С.Кочеткова // Прикладная механика – 2006. – Том 42, №5. – С. 26-36.
3. Павловский В.Э. Влияние асимметрии нагружения на накопление повреждений при программных испытаниях на усталость стальных образцов [Текст] / В.Э.Павловский // Пробл. прочности. – 1986. – №6. – С. 55-60.
4. Kitagawa H. Some behaviour of structural steel subjected to corrosion fatigue (the 4th report). Influence of mean stress [Text] / H.Kitagawa, T.Morohashi // Proc. of the 10th Japan Nat. Congr. Appl. Mech. – 1960. – P. 155-161.

References

1. GOLUB, V., KRIZHANOVSKIY, V., POGREBNIYAK, A. (2004) K raschetu predelnogo sostoyaniya armirovannykh plastikov i neorientirovannykh polimerov pri asimmetrichnom mnogociklovom rastyazhenii-szhatii // *Mekhanika kompozitnykh materialov*. 40(1). P. 65-822.
2. GOLUB, V., POGREBNIYAK, A., KOCHETKOVA, Ye. (2006) Ustalostnaya prochnost' metallicheskiikh i kompozitnykh materialov pri nagruzhenii asimmetrichnym mnogotsiklovym izgibom // *Prikladna mekhanika*. 42(5). P. 26-36
3. PAVLOVSKIY, V. (1986) Vliyaniye asimmetrii nagruzheniya na nakopleniye povrezhdeniy pri programmnykh ispytaniyakh na ustalost' stal'nykh obraztsov // *Probl. prochnosti*. 6. P. 55-60.
4. KITAGAWA, H., MOROHASHI, T. (1960) Some behaviour of structural steel subjected to corrosion fatigue (the 4th report). Influence of mean stress // *Proc. of the 10th Japan Nat. Congr. Appl. Mech.* P. 155-161.

Наукові дослідження, результати яких опубліковано в даній статті, виконано за рахунок коштів бюджетної програми „Підтримка пріоритетних напрямів наукових досліджень” (КПКВК 6541230)

Надійшла до редколегії 29.06.2023