УДК 539.3

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2021/3.15>

Онишкевич В. М.¹, к.ф.-м.н., доц.,
Барабаш Г. М.², к.ф.-м.н., доц.

V. M. Onyshkevych¹, Ph. D. (Phys.-Math.), Assoc.
Prof.,
G. M. Barabash², Ph. D. (Phys.-Math.), Assoc. Prof.

Моделювання контактної взаємодії «третім тілом» у трибологічних задачах

Modelling of contact interaction by “third body” in tribological problems

¹ Національний лісотехнічний університет
України, 79057, м. Львів, вул. Генерала
Чупринки, 103,
e-mail: onyshkevych@nltu.edu.ua

¹ Ukrainian National Forestry University, 79057,
L’viv, General Chuprynka str., 103,
e-mail: onyshkevych@nltu.edu.ua

² Львівський національний університет імені
Івана Франка, 79000, м. Львів, вул.
Університетська, 1,
e-mail: galynabarabash71@gmail.com

² Ivan Franko National University of L’viv, 79000,
L’viv, Universytetska str., 1,
e-mail: galynabarabash71@gmail.com

Розглядається метод визначення термopрoникнoстi контакту пари тертя, при якому пропонується математично моделювати режими тертя, зношування та теплоутворення за допомогою розгляду так званого умовного «третього тіла» – тонких приповерхневих і проміжкових шарів контактуючих тіл, фізико-механічні властивості яких відрізняються від властивостей тіл контактної пари, та мікрогеометрією поверхонь тіл у контактній зоні. Для визначення впливу вхідних параметрів на зміну температури та теплових потоків аналітично розв’язано нестационарну контактну задачу термopрyжнoстi з тепловиділенням від дії сил тертя на межі двох півпросторів.

Ключові слова: контакт, трибологія, термopрoникнoсть.

The variety of factors affecting the thermal conditions of a frictional couple results in complexity of the simulation of this problem. Among these factors, thermophysical (thermal conductivity, specific heat, coefficient of linear expansion of bodies, etc.) and also mechanical ones (elasticity, hardness of contacting bodies, etc.) play an important role. The conditions of friction, wear and heat generation are also determined by the characteristics of the so-called “third body”, i.e., thin near-surface and intermediate layers, the physical and mechanical properties of which differ from those of the interacting bodies, and by the microgeometry of their surfaces in the contact zone. The method of determination of thermal contact conductance in mathematical modelling of contact interaction with considering friction and heat generation by “third body” is presented. Using of modified conditions of heat contact in mathematical model of contact thermoelasticity taking into account of friction and heat generation is proposed. After numerical analysis, the graphs of dependence of thermal contact conductance on the input parameters are constructed and substantial influence of some of them is detected. On the example of one-dimensional non-stationary contact problem of thermoelasticity with heat generation of friction the influence of some physical and mechanical parameters on the temperature and heat fluxes in the contact bodies is investigated.

Key Words: contact, tribology, thermal conductance.

Статтю представив член-кор. НАН України Жук Я.О.

1. Вступ

Різноманітність чинників впливу на тепловий режим типологічної пари зумовлює складність опису та математичного моделювання такої практичної науково-технічної задачі. Серед факторів впливу є як теплофізичні

(теплопровідність, теплоємність, коефіцієнт лінійного розширення взаємодіючих тіл та інші), так і механічні (пружність, твердість тощо). Вперше термopрyжна контактна взаємодія тіл за наявності поверхневих теплофізичних неоднорідностей була досліджена в [1]. Пропонується математично моделювати режими

тертя, зношування та теплоутворення за допомогою розгляду так званого умовного «третього тіла» [2] – тонких приповерхневих і проміжкових шарів контактуючих тіл, фізико-механічні властивості яких відрізняються від властивостей тіл контактної пари, та мікрогеометрією поверхонь тіл у контактній зоні.

2. Модель «третього тіла»

Для дослідження контактної термопружності з урахуванням тертя і теплоутворення за вихідні умови використаєм узагальнені умови теплового контакту, які враховують коефіцієнт теплопроникності контакту [1]:

$$\lambda \Delta(t^{(1)} + t^{(2)}) + 2 \left(\lambda^{(1)} \frac{\partial t^{(1)}}{\partial n} - \lambda^{(2)} \frac{\partial t^{(2)}}{\partial n} \right) = c(i^{(1)} + i^{(2)}) - 2Q, \quad (1)$$

$$\lambda \Delta(t^{(1)} - t^{(2)}) + 2 \left(\lambda^{(1)} \frac{\partial t^{(1)}}{\partial n} + \lambda^{(2)} \frac{\partial t^{(2)}}{\partial n} \right) - 12h(t^{(1)} - t^{(2)}) = c(i^{(1)} - i^{(2)}), \quad (2)$$

де індексами «1» та «2» позначено величини, які відносяться відповідно до першого і другого тіла; n – нормаль до поверхні контакту тіл; λ – зведена теплопровідність; Δ – двовимірний оператор Лапласа; c – зведена теплоємність; Q – інтенсивність теплових джерел, h – коефіцієнт теплопроникності контакту. Проведений числовий аналіз показав, що нехтування коефіцієнтом λ незначно впливає на розподіл температурних полів у тілах пари тертя, а суттєвий вплив на результати має коефіцієнт теплопроникності контакту h . Тому для практичних розрахунків можна рекомендувати такі спрощені теплофізичні умови на ділянці контакту:

$$\lambda^{(1)} \frac{\partial t^{(1)}}{\partial n} - \lambda^{(2)} \frac{\partial t^{(2)}}{\partial n} = \frac{c}{2}(i^{(1)} + i^{(2)}) - Q, \quad (3)$$

$$\lambda^{(1)} \frac{\partial t^{(1)}}{\partial n} + \lambda^{(2)} \frac{\partial t^{(2)}}{\partial n} - 2h(t^{(1)} - t^{(2)}) = \frac{c}{6}(i^{(1)} - i^{(2)}). \quad (4)$$

З'ясовано [2], що середня температура в області контакту тіл мало відрізняється від температури $t^{(1)} = t^{(2)}$ при ідеальному теплового контакті тіл. Оскільки для знаходження коефіцієнта теплопроникності контакту h , який пов'язує тепловий потік і різницю температур

($q = h\Delta t$), необхідно знати середню температуру, то розв'язок задачі із запропонованими спрощеними граничними умовами (3)-(4) при $h \rightarrow \infty$ можна розглядати і як перший етап для знаходження h . Фактори, від яких залежить h , як і весь процес теплоутворення, є численними та складними [2]. Проведений числовий аналіз експериментальних даних дозволив встановити суттєвий вплив на зміну теплопроникності контакту деяких з них (рис. 1 та рис. 2).

Рис. 1 Залежність коефіцієнта теплопроникності контакту h (кВт/м²К) від тиску P (МПа) та твердості за Мейером μ (МПа)

Рис. 2 Залежність коефіцієнта теплопроникності контакту h (кВт/м²К) від чистоти обробки поверхонь Δl (мкм) та коефіцієнтів теплопровідності (взято $\lambda^{(1)} = \lambda^{(2)}$, Вт/мК)

Для визначення впливу вказаних параметрів на різницю температур і теплових потоків розглянуто нестационарну контактну задачу термопружності з теплоутворенням від дії сил тертя на межі двох півпросторів, яка за складністю відповідає суперпозиції двох одновимірних задач термопружності.

3. Математична постановка задачі

Припускаємо, що два пружних півпростори з нульовою температурою спочатку є нерухомими, а в момент часу $\tau = 0$ зближуються і з тертям починають переміщуватися з відносною сталою швидкістю V . Процес тертя на межі контакту супроводжується теплоутворенням, теплові граничні умови враховують коефіцієнт термопроникності контакту h . Математично задача полягає в розв'язанні рівнянь термопружності

$$\frac{\partial^2 u^{(i)}}{\partial x_i^2} = \beta^{(i)} \frac{\partial t^{(i)}}{\partial x_i}, \quad \frac{\partial^2 t^{(i)}}{\partial x_i^2} = \frac{1}{a^{(i)}} \frac{\partial t^{(i)}}{\partial \tau}, \quad (5)$$

за таких умов:

$$t^{(i)}|_{\tau=0} = 0, \quad \sigma_{x_1} = \sigma_{x_2}, \quad u^{(1)} + u^{(2)} = \text{const},$$

$$\lambda^{(1)} \frac{\partial t^{(1)}}{\partial x_1} + \lambda^{(2)} \frac{\partial t^{(2)}}{\partial x_2} = fV\sigma_{x_1} = fV\sigma_{x_2}, \quad (6)$$

$$\lambda^{(1)} \frac{\partial t^{(1)}}{\partial x_1} - \lambda^{(2)} \frac{\partial t^{(2)}}{\partial x_2} - 2h(t^{(1)} - t^{(2)}) = 0, \quad (7)$$

де f – коефіцієнт тертя між тілами, $\beta = (3\lambda + 2\mu)\alpha_t$, λ, μ – коефіцієнти Ламе, α_t – температурний коефіцієнт лінійного розширення, $a^{(i)}$ – коефіцієнт теплопровідності для i -го тіла, $i=1,2$.

4. Аналітичний розв'язок задачі

Застосувавши інтегральне перетворення Лапласа, отримано аналітичний розв'язок поставленої задачі (5)-(7). У випадку задання на безмежності напруження вигляду $\sigma|_{\infty} = P_0/\sqrt{\pi\tau}$, для розподілу температури і теплових потоків за глибиною отримано такі формули:

$$t^{(i)}(x_i, \tau) = \frac{fVP_0}{2\Lambda_i(\Lambda_i + \Lambda_j)} \left\{ 2\Lambda_i \operatorname{erfc} \frac{x_i}{2\sqrt{a^{(i)}\tau}} - (\Lambda_i - \Lambda_j) \exp \left(\frac{h^2(\Lambda_i + \Lambda_j)^2}{4\Lambda_i^2\Lambda_j^2} \tau + \frac{x_i h}{\sqrt{a^{(i)}}} \frac{\Lambda_i + \Lambda_j}{2\Lambda_i\Lambda_j} \right) \times \right. \\ \left. \times \operatorname{erfc} \left(\frac{x_i}{2\sqrt{a^{(i)}\tau}} + \frac{h(\Lambda_i + \Lambda_j)}{2\Lambda_i\Lambda_j} \sqrt{\tau} \right) \right\}, \quad (8)$$

$$q^{(i)}(x_i, \tau) = \frac{fVP_0}{2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} \exp \left(-\frac{x_i^2}{4a^{(i)}\tau} \right) + \frac{h(\Lambda_i - \Lambda_j)}{2\Lambda_i\Lambda_j} \times \right. \\ \left. \times \exp \left(\frac{h^2(\Lambda_i + \Lambda_j)^2}{4\Lambda_i^2\Lambda_j^2} \tau + \frac{x_i h}{\sqrt{a^{(i)}}} \frac{\Lambda_i + \Lambda_j}{2\Lambda_i\Lambda_j} \right) \times \right. \\ \left. \times \operatorname{erfc} \left(\frac{x_i}{2\sqrt{a^{(i)}\tau}} + \frac{h(\Lambda_i + \Lambda_j)}{2\Lambda_i\Lambda_j} \sqrt{\tau} \right) \right\}, \quad (9)$$

де $\Lambda_i = \lambda^{(i)}/\sqrt{a^{(i)}}$, $i=1,2$.

5. Числовий аналіз. Висновки

Рис. 3 Залежність різниці температур Δt ($^{\circ}\text{C}$) від чистоти обробки поверхонь Δl (мкм) та коефіцієнтів теплопровідності $\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}$ (Вт/мК)

Рис. 4 Залежність різниці температур Δt ($^{\circ}\text{C}$) від тиску P (МПа) та твердості за Мейєром μ (МПа)

Рис. 5 Залежність теплових потоків Δq (кВт/м²К) від чистоти обробки поверхонь Δl (мкм) та коефіцієнтів теплопровідності $\lambda^{(1)}$, $\lambda^{(2)}$ (Вт/мК)

Досліджено залежність різниці температур $\Delta t = t^{(2)} - t^{(1)}$ (рис. 3 та рис. 4) і теплових потоків $\Delta q = q^{(2)} - q^{(1)}$ (рис. 5 та рис. 6). Аналізуючи отримані числові результати, можна зробити такі висновки: із збільшенням теплопровідності контактуючих тіл і тиску в зоні контакту термопроникність контакту зростає, а при збільшенні жорсткості і твердості матеріалів тіл – спадає. Із збільшенням теплопровідності нижнього тіла, жорсткості та твердості матеріалів пари тертя різниця температур контактуючих тіл зростає, а при збільшенні теплопровідності

верхнього тілі – спадає. Зміна номінального тиску між тілами на ділянці контакту мало впливає на різницю температур і теплових потоків у тілах. Із збільшенням теплопровідності верхнього тіла різниця теплових потоків контактуючих тіл зростає, для нижнього тіла ефект протилежний. Зміна твердості та жорсткості матеріалів контактуючих тіл мало впливає на різницю теплових потоків у них.

Рис. 6 Залежність теплових потоків Δq (кВт/м²К) тиску P (МПа) та твердості за Мейєром μ (МПа)

Список використаних джерел

1. Мартыняк Р.М. Термоупругое контактное взаимодействие тел при наличии поверхностных теплофизических неоднородностей / Р.Н. Шве́ц, Р.М. Мартыняк // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1988. – Вып. 27. – С. 23-28.
2. Онишкевич В.М. Дослідження впливу властивостей «третього тіла» на теплоутворення від тертя / В.П. Левицький, В.М. Онишкевич // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 1999. – Вип. 42, №1. – С. 82-86.

References

1. SHVEC, R. N. & MARTYNYIAK, R. M. (1988) Termouprugoie kontaktoie vzaimodeystviye tel pri nalichii poverhnostnyh teplofizicheskikh neodnorodnostey. *Mat. metody i fiz.-meh. polia*. 27. p. 23-28.
2. LEVYTSKYI, V.P. & ONYSHKEVYCH, V.M. (1999) Doslidjennia vplyvu vlastyvostey “tretioho tila” na teploutvorennia vid tertia. *Mat. metody ta fiz.-meh. polia*. 42(1). p. 82-86.

Надійшла до редколегії 29.08.21