УДК 534.2

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2021/3.7>

Коновалюк Т. П.¹, к. ф.-м.н.,
Краснопольська Т. С.², д. ф.-м. н, проф.,
Печук Є. Д.³, к. ф.-м. н.

T. P. Konovalyuk¹, Ph.D. (Phys.-Math.),
T. S. Krasnopolskaya², D.of Sci. (Phys.-Math.),
Prof.,
E. D. Pechuk³, Ph.D. (Phys.-Math.).

**Вплив внутрішньої динаміки
когерентних вихрових структур,
що взаємодіють між собою, на
генероване звукове поле**

**Influence of the internal dynamics of the
interacting coherent vortex structures to
the generated sound field**

¹ Інститут гідромеханіки НАН України, 01057,
м. Київ, в. Марії Капніст, 8/4,
e-mail: tpk_8_4@ukr.net;

¹ Institute of hydrodynamics of NAS of Ukraine,
01057, Kyiv, Marii Kapnist str., 8/4,
e-mail: tpk_8_4@ukr.net;

² Інститут гідромеханіки НАН України, 01057,
м. Київ, в. Марії Капніст, 8/4,
e-mail: t.krasnopolskaya@tue.nl;

² Institute of hydrodynamics of NAS of Ukraine,
01057, Kyiv, Marii Kapnist str., 8/4,
e-mail: t.krasnopolskaya@tue.nl;

³ Інститут гідромеханіки НАН України, 01057,
м. Київ, в. Марії Капніст, 8/4,
e-mail: evgdmp@gmail.com

³ Institute of hydrodynamics of NAS of Ukraine,
01057, Kyiv, Marii Kapnist str., 8/4,
e-mail: evgdmp@gmail.com

Стаття присвячена світлій пам'яті талановитого українського вченого-механіка, професора НАН України, доктора фізико-математичних наук В'ячеслава Володимировича Мелешка. На прикладах взаємодії декількох когерентних вихрових структур показано, що неврахування внутрішніх ступенів вільності вихорів при моделюванні течії суттєво впливає на розрахунки генерованого звукового поля, яке є результатом вихрової взаємодії. Отримано, що великомасштабні рухи вихрових плям можна моделювати точковими вихорами за умови, що звуковий спектр розподілений на смуги та низькочастотні смуги точкових та розподілених вихорів мають близьку ширину. Неврахування внутрішньої вихрової динаміки при описі звукового джерела веде до суттєвого заниження розрахункового рівня звукового поля.

Ключові слова: когерентна вихрова структура, звуковий спектр.

The article is dedicated to the glowing memory of the talented Ukrainian scientist-mechanic, professor, doctor of physical and mathematical sciences Vyacheslav Vladimirovich Meleshko. The sound fields of several coherent vortex structures interacting with each other were calculated using the moment model (MZS-model) of the first and second orders. In the first-order MZS-model, vortices are described by point vortices, in the second-order MZS-model--by Kirchhoff vortices. Sound fields as a result of vortex interaction are calculated using the Lighthill's acoustic analogy under Powell's formulation. The spectrum of the sound field in the description of coherent vortices by point vortices is characterized by a single frequency band, which reflects the motion of the vortex centers of vortices (large-scale vortex movements). Taking into account the inner vortex dynamics leads to the expansion of spectrum and level increasing of calculated sound: the lower band describes the motion of the vorticity centers of spots, the higher band describes the internal dynamics of the vorticity. It is shown that large-scale vortex movements can be modeled by point vortices, when the sound spectrum of distributed vortices is clearly divided into bands and the width of the lower frequency band is close to the width of the sound spectrum from point vortices. The presence of an upper frequency band in the sound field of interacting vortex spots does not allow us to describe the distributed vortices as point vortices when constructing a sound source, since such a simplification leads to a significant underestimation of the level of the calculated sound field.

Key Words: coherent vortex structure, point vortex, Kirchhoff vortex, sound spectrum.

Статтю представив член-кор. НАН України, д.ф.-м.н., проф. Жук Я.О.

1. Вступ

Дослідження шумів, що генеруються течією, мають самостійний науковий інтерес; отримані результати використовуються в багатьох інженерних застосуваннях. В обчислювальній аероакустиці (CAA-computer aeroacoustics), яка почала свій розвиток з початку 1990-х років, сформовані два основних напрямки (напр., [1]): чисельний розрахунок системи рівнянь Нав'є-Стокса, що описує повну течію рідини (comprehensive CAA); гібридний чисельний підхід (hybrid CAA), в якому сама течія розраховується чисельно або описується вихровою моделлю, а дальнє звукове поле визначається методом акустичної аналогії чи методом зрошуваних асимптотичних розкладень. Гібридні підходи об'єднують чисельні схеми та моделі різних рівней складності; їх застосовують при малих та помірних числах Маха M ($M < 1$), коли є слушною умова невзаємодії вихрової течії з породжуваним нею звуком.

Серед всіх вихрових структур течії найбільш ефективно перетворюють енергію своєї взаємодії в енергію звукових хвиль когерентні вихрові структури [2]. Згідно з організацією когерентної вихрової структури [2], звуковий спектр від вихрової течії, що сформована навіть декількома когерентними вихровими структурами, є розподіленим вздовж певної частотної смуги: більш низькі частоти спектру відповідають великомасштабним вихровим рухам (рухи центрів завихреності плям), більш високі частоти обумовлені внутрішньою вихровою динамікою.

В статті на прикладі взаємодії декількох когерентних вихрових структур розв'язується питання щодо впливу внутрішньої вихрової динаміки на розрахунковий рівень звукового поля, що генерується в результаті такої взаємодії. В дослідженнях був використаний гібридний підхід: взаємодії вихорів описувалися моментною моделлю (MZS-модель) першого та другого порядків [3], звукове поле обчислювалося в межах акустичної аналогії Лайтхіла (Lighthill) в формулюванні Пауела (Powell) [4].

2. Використані моделі. Постановка задач

При описі вихрової взаємодії розглядається двовимірне потенційне течія нев'язкої нестисливої рідини однорідної щільності, в якій взаємодіють декілька когерентних вихрових структур. Рідина вважається необмеженою та

нерухомою на нескінченності. У двовимірній ідеальній баротропній рідині, яка є нерухомою на нескінченності, виконуються закони збереження циркуляції, імпульсу, моменту імпульсу та частини кінетичної енергії, пов'язаної з розподілом завихреності в середовищі. В наближенні MZS-моделі першого порядку когерентні вихорі є вихровими точками, їхня взаємодія описується гамільтоновою системою рівнянь другого порядку з відповідними початковими умовами [3], [5]. Взаємодія вихорів Кірхгофа (Kirchhoff), що відповідає наближенню MZS-моделі другого порядку, описується в межах гамільтонової системи рівнянь четвертого порядку з відповідними початковими умовами [3]. В розв'язанні цих систем рівнянь полягає математична постановка гідродинамічної задачі. Математична постановка акустичної задачі полягає в розв'язку неоднорідного хвильового рівняння Лайтхіла в формулюванні Пауела [4], [6], який відповідає нульовим початковим умовам та умові випромінювання Зомерфельда. Вихорі Кірхгофа на відміну від точкових вихорів мають дві додаткові ступені вільності, що дозволяє моделювати внутрішню вихрову динаміку когерентних вихорів [3].

3. Аналіз обчислень звукових полів

В якості вихрової системи, що досліджується, оберемо пружну взаємодію трьох вихорів Кірхгофа, поведінка центрів завихреності яких відповідає таким типам взаємодії еквівалентної системи трьох точкових вихорів: пряма взаємодія, обмінна взаємодія, взаємне захоплення [5], [6]. Інтенсивності вихрових плям дорівнюють $\Gamma_1 = \Gamma_2 = -\Gamma_3$; задача розв'язувалася в безрозмірному вигляді [6]. Розміри вихорів обиралися таким чином, щоб тип взаємодії центрів завихреності плям відповідав типу взаємодії еквівалентної системи точкових вихорів [6]. Це дозволить зрозуміти, яким чином внутрішня вихрова динаміка впливає на розрахункове звукове поле. При прямій та обмінній взаємодіях в якості набіжної вихрової пари 1,3 (Рис.1,а) обиралися EV-стани [3], вихор 2 моделювався або вихором Ренкіна (круговий вихор), або таким самим EV-вихором. В випадку взаємного захоплення всі вихорі моделювалися EV-станами.

Проаналізуємо звукове поле від характерного випадку вихрової взаємодії вихорів Кірхгофа, а саме, обмінної взаємодії їхніх центрів завихреності: набіжна вихрова пара 1,3—EV-стани, вихор 2—вихор Ренкіна (Rankine); площі

вихорів однакові $S_{1,2,3} = 0.495$, модуль завихреності $|\omega_{el}| = 2.018$; початкові координати вихорів: 1 (-20;3.5), 2(0;-1), 3(-20;2.5). Розрахункове звукове поле порівняємо із звуковим полем від еквівалентної системи точкових вихорів (рис. 1). На траєкторії центрів завихреності плям самі вихорі Кірхгофа не нанесені; траєкторії позначені лініями: вихор 1—суцільна лінія, 2—пунктирна, вихор 3—штрих-пунктирна (рис. 1,а). Для описування низькочастотної смуги звукового спектру в випадках прямої та обмінної взаємодій введемо поняття області ефективної вихрової взаємодії (рис. 1,а, кругова область): на її межі рівень флуктуацій звукового тиску $p'_\theta(\theta$ -- напрямок на точку спостереження) на 20 dB нижчий за максимальне значення; час перебування вихорів в цій області позначимо як T_{ef} ; $\omega_{ef} = 2\pi / T_{ef}$ --характерна частота випромінювання щодо великомасштабних рухів. Звуковий сигнал в точці спостереження осцилює відносно свого середнього значення, близького до звукового імпульсу від еквівалентних точок (рис. 1,б). Амплітудний спектр сигналу $|S|$ чітко розподілений на дві смуги: характерна частота низькочастотної смуги визначається інтервалом T_{ef} від центрів завихреності плям; високочастотна смуга формується частотами осциляцій півосей в набіжній 1,3 та відбитій 2,3 вихрових парах, а також подвоєною частотою обертання поодинокого вихора 1 після інтервалу T_{ef} (рис. 1,в). Ваги найбільш енергоємних частот різних смуг спектру близькі між собою. В даному випадку внески в звукове поле від великомасштабних рухів та від внутрішньої динаміки співзмірні. Відзначимо, що в випадку тієї ж обмінної взаємодії, але коли всі вихори системи є EV-станами, звукове поле переважно формує внутрішня вихрова динаміка. В цьому випадку рівень звукового поля від плям приблизно на два порядки вищий за рівень звукового поля від еквівалентних вихрових точок.

Розглянемо великомасштабні рухи вихорів Кірхгофа щодо їхнього моделювання еквівалентною системою точкових вихорів. На рис. 1,г заради стислості подані траєкторії центрів завихреності лише вихора 3 для всіх систем, що розглядаються. Для всіх систем низькочастотні звукові смуги мають близьку ширину (~0.25 безрозмірних частот) (рис. 1,д).

Це означає, що тип поведінки великомасштабних рухів вищезгаданих систем, однаковий (рис. 1,г).

Рис. 1. Обмінна взаємодія вихорів Кірхгофа та їхнє звукове як результат взаємодії; пояснення подані в тексті.

В випадку взаємного захоплення (1 (0;-0.57), 2(0;-1), 3(0;-1.57), $S_{1,2,3} = 0.049$, $|\omega_{el}| = 20.37$) (рис. 2,а) рівень звукового тиску від плям суттєво перевищує рівень звукового тиску від еквівалентних точок: це результат врахування внутрішніх ступенів вільності вихорів (рис. 2,б). В звукове поле роблять суттєві внески всі ступені вільності вихорів, що взаємодіють між собою (рис.2,в). Ширина частотної смуги від великомасштабних рухів розподілених вихорів та рухів еквівалентних точок близькі (рис.2,в), з чого витікає близькість траєкторій центрів завихреності плям та точок (на рис. 2,а -- заради стислості подана траєкторія лише точкового вихора 3).

Рис. 2. Взаємне захоплення вихорів Кірхгофа та їхнє звукове як результат взаємодії; пояснення подані в тексті.

3. Висновки

- Неврахування впливу внутрішніх ступенів вільності вихорів (модель точкових вихорів) при побудові звукового джерела суттєвим чином занижує розрахунковий рівень звукового поля.
- Великомасштабні рухи розподілених вихорів коректно моделювати точковими вихорами за умови, коли звуковий спектр чітко від плям розподілений на смуги та низькочастотні смуги відповідних систем мають близьку ширину. Ця теза є акустичним критерієм (якісним) щодо описування великомасштабних вихрових рухів точковими вихорами.
- Оскільки внутрішня вихрова динаміка значним чином впливає на рівень генерованого звуку, компенсувати цей фактор можна, зокрема, зменшенням ексцентриситету вихорів, що формують течію.

Список використаних джерел

1. Lele S.K., Nichols J.W. A second golden age of aeroacoustics. *Phil.Trans.Roy.Soc.* 2014. Vol.. A372.P.1-18
2. Hussain A.K.M.F. Coherent structures--reality and myth. *Phys.Fluids.* 1983. Vol.26, No.10. P.2816-2849
3. Melander M.V.,Zabuzky N.J., Styczek A. S. A moment model for vortex interactions of two-dimensional Euler equations. Part I. Computational validation of a Hamiltonian elliptical representation. *J.Fluid Mech.* 1986. Vol.167. P.95-115.
4. Powell A. Theory of vortex sound. *J.Acoust. Soc.Amer.* 1964. Vol.36, №1. P.177-195
5. Мелешко В.В., Константинов М.Ю. Динамика вихревых структур. Київ: Наукова думка, 1993. 279 с.
6. Коновалюк Т.П. Звукові поля, генеровані когерентними вихровими структурами, які взаємодіють: дис.канд. ф.-м. наук: 01.04.06/ ІГМ НАНУ України. Київ, 2018.168 с.

References

1. Lele, S.K.&Nichols, J.W.(2014) A second golden age of aeroacoustics. *Phil. Trans. Roy. Soc. A372.* p.1-18.
2. Hussain A.K.M.F. (1983) Coherent structures --reality and myth. *Phys. Fluids.* 26(10). p.2816-2849
3. Melander M.V.,Zabuzky N.J.&Styczek A. S.(1986) A moment model for vortex interactions of two-dimensional Euler equations. Part I. Computational validation of a Hamiltonian elliptical representation. *J.Fluid Mech.* 167. p.95-115.
4. Powell A. (1964) Theory of vortex sound. *J.Acoust.Soc.Amer.*36(1).p.177-195.
5. Meleshko V.V. and Konstantinov M.Yu. (1993) *Dinamika vihrevykh struktur.* Kyiv: Naukova dumka.
6. Konovalyuk T.P.(2018) *Zvukovi polya, generovani kogerentnymi vyhrovymy strukturamy, yaki vzaemodijut* (Candidate's dissertation).

Надійшла до редколегії 27.09.21