УДК 519.1

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2020/4.10>

Собчук В. В.¹, д.т.н., доц.,
Барабаш О. В.², д.т.н., проф.,
Мусієнко А. П.³, д.т.н., доц.
Капустян⁴ О.А. д.ф.-м.н., ст.н.с.

**Методи контролю і діагностування
інформаційної системи підприємства за
принципом адаптивного накопичення
діагностичної інформації**

¹ Державний університет телекомунікацій,
03141, м. Київ, вул. Солом'язська, 7,

^{2,3} Національний технічний університет
України «Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського», 03056, м. Київ, вул.
Політехнічна 6, корпус 5.

⁴ Київський національний університет імені
Тараса Шевченка, 01033, Київ,
вул. Володимирська, 64.

e-mail: ¹v.v.sobchuk@gmail.com ²bar64@ukr.net ³mysienkoandrey@gmail.com ⁴olena.kap@gmail.com

V. V. Sobchuk¹, D.Sc., Associate Professor,
O. V. Barabash², D.Sc., Professor,
A. P. Musienko³, D.Sc., Associate Professor,
O.A. Kapustian⁴, D.Sc., Senior Researcher

**Control and diagnosis methods for the
information system of the enterprise on the
principle of adaptive accumulation of
diagnostic information**

¹ State University of Telecommunications, 03141,
Kyiv, st. Solomyazska, 7,

^{2,3} National Technical University of Ukraine "Kyiv
Polytechnic Institute named after Igor Sikorsky",
03056, Kyiv, st. Polytechnic 6, building 5.

⁴ Taras Shevchenko National University of Kyiv,
Ukraine 01033, Kyiv, 64 Volodymyrska str.

В роботі описано методологію побудови ефективної системи самодіагностування інформаційних систем підприємств. Викладено методіку організації та здійснення самодіагностування, механізми виявлення, ідентифікації та локалізації модулів, що вийшли з ладу. Сформульовано критерії достатності діагностичної інформації при відсутності обмежень на виконання елементарних перевірок та критерію достатності діагностичної інформації за наявності обмежень на виконання елементарних перевірок.

Ключові слова: функціональна стійкість, діагностування, адаптивне діагностування, достатність діагностичної інформації.

The paper proposes a methodology for building an effective system of self-diagnostics of information systems on the example of Ukrainian enterprises in the metallurgical, energy and chemical industries.

The article shows that if the dependence of the probability of issuing information on the time of execution of the element of elementary checks is known, it is enough to carry out checks within a predetermined time, when a given probability value is given.

It is investigated that in the information system of the enterprise the self-control organized by means of elementary checks occurs at arbitrary moments of time of functioning of modules on purpose and the relation of probability of delivery of the information which occurs by comparison of deviations from average values.

Criteria for the adequacy of diagnostic information in the absence of restrictions on the implementation of basic tests and in the presence of restrictions on the implementation of basic tests.

Key Words: functional stability, diagnosis, adaptive diagnosis, sufficiency of diagnostic information.

Стрімкий розвиток сучасного високотехнологічного суспільства вимагає інтенсивного розвитку інформаційних технологій з високим ступенем автономності. Особливо гостро ця проблематика стосується виробничих підприємств, які функціонують в умовах впливу екстремальних факторів. Серед таких

підприємств вирізняються підприємства металургії, енергетики, хімічної промисловості тощо. Функціонування виробничих підрозділів таких підприємств забезпечують інформаційні системи різного типу. За допомогою цих систем здійснюється планування та контроль усіх процесів. Вони працюють в автономному режимі

під впливом зовнішніх та внутрішніх дестабілізуючих факторів [1–4]. За допомогою інформаційних систем можна забезпечити підвищення продуктивності праці усіх виробничих центрів при зменшенні числа зайнятих у виробництві людей та значному зменшенні частки ручної праці [5,6]. Системи постійно модернізуються завдяки інтенсифікації капіталовкладень у виробничий процес.

Підкреслимо, що інформаційні системи підприємств функціонують в умовах впливу зовнішніх та внутрішніх дестабілізуючих факторів. За негативного впливу модулі систем можуть виходити з ладу. Проте, системи повинні функціонувати в автономному режимі протягом заданого часу. Таку умову функціонування можна виконати завдяки забезпеченню властивості функціональної стійкості. Функціональна стійкість — це можливість системою виконувати основні свої функції, можливо із зменшенням якості, протягом вказаного часу під впливом зовнішніх і внутрішніх дестабілізуючих факторів [8–10]. Під зовнішніми та внутрішніми дестабілізуючими факторами розуміються відмови, збої модулів системи, механічні пошкодження, теплові впливи, помилки обслуговуючого персоналу. Основними етапами забезпечення функціональної стійкості є виявлення модуля, який відмовив при контролі, локалізація несправного модуля, та відновлення функціонування інформаційної системи підприємства. Відтак однією з ключових передумов забезпечення функціональної стійкості є побудова ефективної системи діагностування основних агрегатів та виробничих центрів виробничого підприємства [7].

Ідея методу адаптивного самодіагностування

В роботі пропонується авторський підхід до діагностування складних технічних систем. Основна відмінність нового принципу полягає в новому підході до виконання процедури діагностування інформаційної системи підприємства. Основна суть полягає в такому:

по-перше, процедура діагностування може бути закінчена в будь який момент часу;

по-друге, вільний вибір модуля, який приймає рішення про стан інформаційної системи підприємства.

Коли система працює за призначенням перевірки відбуваються випадковим чином. Випадковість стосується вибору пари модулів, що перевіряють один одного та часу перевірки

між ними. Тому після деякого часу в інформаційній системі може бути здійснено довільну кількість елементарних перевірок. Оцінка стану інформаційної системи підприємства на основі елементарних перевірок може бути представлена у вигляді двох методів:

методу самоконтролю;

методу адаптивного самодіагностування.

Адаптивність полягає в тому, що даний метод пристосовується до відмовної ситуації в інформаційній системі. При цьому діагностична інформація про стан модулів накопичується хаотичним чином. Обсяг такої інформації залежить від відмовної ситуації. Після накопичення інформації про стан системи отримана інформація обробляється і виявляється несправність із достовірністю не нижче заданої.

Метод самоконтролю використовуємо з метою перевірки наявності в інформаційній системі несправних модулів. У випадку виявлення несправних модулів використовується метод адаптивного самодіагностування. На основі даного методу локалізується знаходження несправного модуля інформаційної системи підприємства.

Однією із задач є визначення моменту закінчення роботи методу самоконтролю і видачі результату у випадку коли, результат всіх елементарних перевірок показує, що несправні модулі відсутні. При цьому результат контролю має певну достовірність, яка залежить від надійності модулів інформаційної системи та кількості виконаних перевірок.

Під час функціонування інформаційної системи підприємства за призначенням модулі системи окрім основних задач виконують взаємні перевірки. Період часу між двома послідовними видачами результату контролю інформаційної системи назовемо циклом самоконтролю. Цикл виконується або заданий час або задану кількість разів. Якщо під час виконання циклу самоконтролю не було отримано жодної елементарної перевірки, результат якої свідчить про наявність несправності в модулях системи, то видається результат самоконтролю тобто інформація, що система працює в штатному режимі. Після видачі результатів самоконтролю починається новий цикл перевірок. У випадку, коли під час виконання методу самоконтролю один з результатів елементарних перевірок виявляє несправність, то цикл самоконтролю припиняється і розпочинається робота методу адаптивного самодіагностування.

В залежності від того, який момент часу приймається за початок процедури адаптивного самодіагностування, можливі дві стратегії адаптивного самодіагностування.

Перша стратегія. Метод адаптивного самодіагностування починається в момент початку останнього циклу самоконтролю t_k . При цьому враховуються елементарні перевірки виконані за час τ . Згідно даної методики після появи результату елементарної перевірки, що показує наявність несправності в інформаційній системі підприємства, результати отримані до цього часу не аналізуються й апіорні ймовірності справного стану модулів системи на момент часу t_0 не визначаються. Дешифрація синдрому здійснюється після закінчення роботи методу адаптивного самодіагностування.

Друга стратегія. Метод адаптивного самодіагностування починається в момент часу t_0 . На основі результатів елементарних перевірок, які виконані за час τ , визначаються апіорні ймовірності справності модулів інформаційної системи підприємства. Після виконання методу адаптивного самодіагностування обчислюються апіорні ймовірності справного та несправного стану модулів на основі якого формується результат адаптивного самодіагностування та визначається його достовірність.

Після отримання діагностичної інформації кожний модуль інформаційної системи підприємства оцінює свою готовність видачі результатів самоконтролю системи із заданою достовірністю.

Розробка методу самоконтролю інформаційної системи підприємства

Відповідно до розглянутих методів контролю та адаптивного самодіагностування інформаційної системи підприємства, в залежності від результатів елементарних перевірок, використовується метод контролю стану модулів системи або метод адаптивного самодіагностування. Дані методи мають різні цілі та способи реалізації.

При контролі технічного стану модулів системи основною задачею є контроль всіх модулів системи. Для цього потрібно отримати таку структуру перевірочних зв'язків при якій кожний модуль інформаційної системи підприємства перевіряється іншими модулями, щонайменше одним. Відсутність одиничних результатів елементарних перевірок свідчить про відсутність несправностей в системі або про те,

що вони є але не проконтрольовані або не проконтрольовані в достатній мірі. Якщо вважати, що справний модуль системи під час елементарної перевірки з ймовірністю 1 визначає технічний стан модуля, що перевіряється, то цієї елементарної перевірки достатньо, щоб вважати його справним (при нульовому результаті). Оскільки елементарні перевірки виконуються випадковим чином, то перевірити чи всі модулі системи були проконтрольовані можливо за допомогою відслідковування структури перевірочних зв'язків (СПЗ).

В якості спрощення задачі відслідковування діагностичного графу системи пропонується використовувати параметри, які відображають структуру перевірочних зв'язків. Визначення таких параметрів є окремою задачею. Проте, в якості таких параметрів можуть бути розглянуті локальні степені вершин діагностичного графу інформаційної системи або кількість ребер діагностичного графу та інші. Дослідження свідчать, що найпростішим параметром є відслідковування кількості ребер системи, які відповідають кількості елементарних перевірок в системі. В свою чергу кількість перевірок залежить від часу виконання процедури самоконтролю. Тому структуру перевірочних зв'язків можна охарактеризувати аналізуючи затрачений час на виконання елементарних перевірок. У випадку коли, на виконання елементарних перевірок в інформаційній системі накладаються обмеження для визначення кількості елементарних перевірок в системі необхідно виконати вибір додаткових параметрів, щоб визначити властивості підмножин структурних зв'язків. Якщо ж в системі важко визначити кількість ребер в діагностичному графі, то можна використовувати суму локальних вершин графа. Відслідковування суми локальних степенів вершин діагностичного графа дозволяє в будь-який момент часу визначити кількість виконаних елементарних перевірок в інформаційній системі підприємства

$$K = \sum_{i=1}^N \alpha_i^+,$$

де α_i^+ , $i = 1, 2, \dots, N$ – кількість ребер, що виходить із i -ї вершини діагностичного графу, N – кількість вершин діагностичного графу (ДГ) інформаційної системи підприємства (ІСП).

Рис. 1. Метод самодіагностування інформаційної системи підприємства при випадковому виконанні елементарних перевірок

Інформаційна система підприємства організована таким чином, що робоча інформація передається в модуль системи після отримання сигналу про його готовність або справність. Тому необхідно забезпечити мінімальний час з моменту початку роботи методу самоконтролю до моменту видачі інформації про справність всіх модулів ІСП. Кожному моменту часу виконання процедури самоконтролю відповідає певне значення ймовірності того, що всі модулі ІСП проконтрольовані або визначена ймовірність видачі інформації P_{BI} про справність модулів.

Твердження 1. Якщо відома залежність ймовірності видачі інформації P_{BI} від часу виконання набору елементарних перевірок, то достатньо виконувати перевірки на протязі наперед заданого часу при якому забезпечується задане значення ймовірності P_{BI} . Більше того, в при цьому немає необхідності відслідковувати поточні структури перевірочних зв'язків в інформаційній системі підприємства.

Після досягнення заданого значення ймовірності P_{BI} процедура виконання елементарних перевірок завершується. Можливі два варіанти аналізу структури перевірочних зв'язків (СПЗ):

- перший ґрунтується на аналізі СПЗ для того, щоб встановити чи всі модулі були перевірені. Якщо всі модулі перевірені, то видається інформація про справність модулів ІСП. Якщо не всі модулі перевірено, то

процедура елементарних перевірок повторюється;

- другий варіант базується на тому, що аналіз СПЗ не проводиться, а відразу видається інформація про справність модулів ІСП.

Як окремий випадок можна розглянути самоконтроль з обмеженням на виконання елементарних перевірок до отримання повного діагностичного графу. При цьому в якості обмеження використовуємо умову відсутності кратних ребер в діагностичному графі. Отже, метод самодіагностування інформаційної системи підприємства при випадковому виконанні елементарних перевірок може бути представлений у вигляді наведеному на рис. 1.

Основними задачами даного методу є визначення залежності ймовірності P_{BI} від часу виконання набору елементарних перевірок та визначення оптимальної ймовірності P_{BI}^{opt} при якій досягається мінімум загального часу, що витрачається на всю процедуру самодіагностування.

Визначення критерію достатності діагностичної інформації при відсутності обмежень на виконання елементарних перевірок

В якості критерію достатності діагностичної інформації розглянемо ймовірність видачі інформації. При самоконтролі інформаційної системи підприємства елементарні перевірки

відбуваються в довільні моменти часу функціонування модулів за призначенням.

Позначимо через α_i , α_j та β_i , β_j , $i \neq j$, $i, j = 1, 2, \dots, N$ значення часу зайнятості та свободи модуля під час виконання основних функцій в ІСП. Через M_i , $i = 1, 2, \dots, N$ та M_j , $j = 1, 2, \dots, N$ позначимо i -й та j -й модулі ІСП.

Час функціонування ІСП розбивається на рівні по величині інтервали τ_η , $\eta = 1, 2, \dots, S$. Інтервал τ_η задовольняє умові $t_{\text{еп}} < \tau_\eta < \alpha_i$, де $t_{\text{еп}}$ – час виконання елементарної перевірки.

Ймовірність появи вільного проміжку в роботі i -го модуля в довільний момент часу обчислюється за формулою

$$P_i = \frac{\beta_{i \text{ cp}}}{\alpha_{i \text{ cp}} + \beta_{i \text{ cp}}}, \quad (1)$$

де $\alpha_{i \text{ cp}} + \beta_{i \text{ cp}}$ – середнє значення часу зайнятості та свободи ділянки.

Нехай ймовірність участі i -го модуля в елементарній перевірці t_{ij} або t_{ji} на інтервалі часу τ визначається двома подіями A_1 та A_2 .

Суть події A_1 полягає в тому, що початок інтервалу часу τ попадає на вільний проміжок β_i роботи i -го модуля та залишок часу β_i^0 буде більше $t_{\text{еп}}$. Суть події A_2 полягає в тому, що початок інтервалу часу τ попадає на робочий (зайнятий) проміжок α_i i -го модуля та залишок часу α_i^0 буде $\alpha_i^0 < \tau - t_{\text{еп}}$.

Розглянемо окремо події A_1 та A_2 . Подія A_1 визначається двома подіями B_1 та B_2 : B_1 – початок інтервалу часу τ попадає на вільний проміжок. Ймовірність B_1 дорівнює ймовірності P_i та обчислюється за формулою (1); B_2 – ймовірність того, що час який залишився β_i^0 буде більший часу виконання елементарної перевірки $t_{\text{еп}}$. Ймовірність події B_2 обчислюється за формулою

$$P(B_2) = 1 - \int_0^{t_{\text{еп}}} \varphi_{\beta_i^0}(t) dt = \int_{t_{\text{еп}}}^{\beta_{i \text{ cp}}} \varphi_{\beta_i^0}(t) dt,$$

де $\varphi_{\beta_i^0}$ – щільність розподілу випадкової величини β_i^0 .

Припустимо, в межах інтервалу $[0, \beta_i^0]$ випадкова величина β_i^0 з рівною ймовірністю приймає будь-яке значення тобто має постійну щільність розподілу

$$\varphi_{\beta_i^0} = \begin{cases} \frac{1}{\beta_{i \text{ cp}}}, & \text{якщо } 0 < \beta_i^0 < \beta_{i \text{ cp}}; \\ 0, & \text{якщо } \beta_i^0 < 0 \text{ і } \beta_i^0 > \beta_{i \text{ cp}}. \end{cases} \quad (2)$$

Враховуючи (2) для ймовірності $P(B_2)$ отримаємо

$$P(B_2) = \int \frac{dt}{\beta_{i \text{ cp}}} = \frac{\beta_{i \text{ cp}} - t_{\text{еп}}}{\beta_{i \text{ cp}}}.$$

Для ймовірності події A_1 маємо

$$P(A_1) = P(B_1) \cdot P(B_2) = \frac{\beta_{i \text{ cp}} - t_{\text{еп}}}{\alpha_{i \text{ cp}} + \beta_{i \text{ cp}}}. \quad (3)$$

Подія A_1 визначається двома подіями C_1 та C_2 , де C_1 – подія, коли α_i^0 приймає таке значення, що $\alpha_i^0 < \tau - t_{\text{еп}}$, а ймовірність події C_2 обчислюється за формулою

$$P(C_2) = \int_0^{\tau - t_{\text{еп}}} \varphi_{\alpha_i^0}(t) dt,$$

де $\varphi_{\alpha_i^0}$ – щільність розподілу випадкової величини α_i^0 .

На проміжку $[0, \alpha_i^0]$ випадкова величина α_i^0 має постійну щільність розподілу, що дорівнює $1/\alpha_{i \text{ cp}}$. Тому,

$$P(C_2) = \int_0^{\tau - t_{\text{еп}}} \frac{dt}{\alpha_{i \text{ cp}}} = \frac{\tau - t_{\text{еп}}}{\alpha_{i \text{ cp}}}.$$

Отже, для ймовірності події A_2 отримуємо

$$P(A_2) = P(C_1) \cdot P(C_2) = \frac{\tau - t_{\text{еп}}}{\alpha_{i \text{ cp}} + \beta_{i \text{ cp}}}. \quad (4)$$

Ймовірність участі i -го модуля в елементарній перевірці на інтервалі часу τ рівна

$$P_{i \text{ еп}}(\tau) = P\{A_1 \cup A_2\} = P(A_1) + P(A_2).$$

Враховуючи (3) та (4) отримуємо

$$P_{i \text{ еп}}(\tau) = \frac{\beta_{i \text{ cp}} + \tau - 2t_{\text{еп}}}{\alpha_{i \text{ cp}} + \beta_{i \text{ cp}}}. \quad (5)$$

Розглянемо загальний випадок виконання елементарних перевірок в ІСП. Коли допускається будь-яка кратність перевірок і модулі можуть перевіряти один одного. Тобто, якщо i -й модуль перевіряв j -й, то і j -й модуль після перевірки може перевірити i -й.

Оскільки в кожній елементарній перевірці беруть участь два модулі, то на інтервалі τ може бути організовано максимально $\left[\frac{N}{2}\right]$ елементарних перевірок.

Ймовірність, що на інтервалі τ буде виконана одна елементарна перевірка дорівнює

ймовірності того, що в двох із N модулів співпадуть вільні проміжки і вони можуть бути задіяні в елементарній перевірці. Дана ймовірність $P_{i\text{еп}}(\tau)$ визначається як $P_{i\text{еп}}(\tau) = P_{2,N}$, де $P_{2,N}$ знаходиться з умови

$$\prod_{i=1}^n (q_{ie} + p_{ie}z) = \sum_{m=0}^n P_{n,m} z^m, \quad (6)$$

де $q_{ie} + p_{ie} = 1$, $m = 2$, $n = N$.

Ймовірність виконання на інтервалі τ рівно k елементарних перевірок рівна

$$P_{k\text{еп}}(\tau) = P_{2k,N},$$

де $P_{k\text{еп}}(\tau)$ також визначається формулою (6).

В середньому на інтервалі часу τ буде виконано r елементарних перевірок, де

$$r = \sum_{k=0}^{\left[\frac{N}{2}\right]} k \cdot P_{2k,N}.$$

За s інтервалів буде виконано rs елементарних перевірок. При $rs < N$ ймовірність того, що всі модулі перевірені дорівнює 0. При $rs > N$ ймовірність того, що всі модулі перевірені знаходиться на основі теореми про повторні випробування для випадку коли кожний експеримент може мати N виключаючи один одного наслідків з рівними ймовірностями $P = \frac{1}{N}$. Припустимо, що ймовірність наслідків рівна. В загальному випадку вони знаходиться за формулою (5). Тоді ймовірність P_{BI} буде обчислюватись за формулою

$$P_{BI} = \sum_L P_{m_1, m_2, \dots, m_N, sr}, \quad m_1, m_2, \dots, m_N \geq 1, \quad (7)$$

де сума поширюється на всі можливі способи розбиття числа rs на N доданків $m_1, m_2, \dots, m_N$ ($0 \leq m_j \leq sr$, $j = 1, \dots, N$);

$$\sum_{i=1}^N m_i = sr, \quad \prod_{i=1}^N m_i \geq 1.$$

Сумовані ймовірності

$$P_{m_1, m_2, \dots, m_N, sr} = \frac{(sr)!}{m_1! m_2! \dots m_N!} \cdot \frac{1}{N^{sr}}. \quad (8)$$

Позначимо через $X_1, X_2, \dots, X_\eta$ відповідні члени $m_1!, m_2!, \dots, m_N!$ з формули (8). Через $Y_1, Y_2, \dots, Y_\xi$ позначимо члени $m_1!, m_2!, \dots, m_N!$ для яких

$$\prod_{i=1}^N m_i = 0.$$

Враховуючи введені позначення (7) можна переписати у вигляді

$$P_{BI} = \sum_{j=1}^{\eta} \frac{(sr)!}{X_j} \cdot \frac{1}{N^{sr}}. \quad (9)$$

Позначимо суму $\sum_{j=1}^{\eta} \frac{1}{X_j}$ через D_s , де індекс s показує залежність даної суми від значення s . Тоді

$$P_{BI} = \frac{(sr)!}{N^{sr}} \cdot D_s. \quad (10)$$

Після логарифмування (10) отримуємо

$$P_{BI} = D_s \exp(-Brs + \ln[(sr)!]), \quad (11)$$

де $B = \ln N$.

Представимо шукану ймовірність P_{BI} у зручному вигляді. Оскільки сума по всім можливим комбінаціям Ω

$$\sum_{\Omega} P_{m_1, m_2, \dots, m_N, sr} = 1,$$

то

$$(sr)! \cdot \left(\sum_{j=1}^{\eta} \frac{1}{X_j} + \sum_{i=1}^{\xi} \frac{1}{Y_i} \right) = N^{sr}. \quad (12)$$

Підставляючи (12) в (9) отримуємо формулу для обчислення ймовірності P_{BI}

$$P_{BI} = \left(1 + \frac{\sum_{i=1}^{\xi} \frac{1}{Y_i}}{\sum_{j=1}^{\eta} \frac{1}{X_j}} \right)^{-1} \quad (13)$$

Таким способом доведено твердження.

Твердження 2. (критерій достатності діагностичної інформації) В інформаційній системі підприємства самоконтролі організовані засобами елементарних перевірок відбуваються в довільні моменти часу функціонування модулів за призначенням, а ймовірність видачі інформації визначається співвідношенням (13).

Розглянемо залежність X_j , Y_j від sr . Оскільки точно такі значення знайти складно, то знайдемо їх середні значення $X_{cp}(rs_k)$, $Y_{cp}(rs_k)$, де через s_k позначено номер останнього інтервалу розбиття часу функціонування інформаційної системи підприємства. Далі для знаходження середніх значень X_{cp} , Y_{cp} необхідно визначити функцію $\tilde{P}_{BI}(rs_k)$. Дану функцію будемо вважати основною для знаходження значень ймовірності P_{BI} . Відповідність між функціями $P_{BI}(rs_k)$ і $\tilde{P}_{BI}(rs_k)$ встановлюється на основі обробки

певного об'єму обчислювальних значень $P_{BI}(rs_k)$ і $\tilde{P}_{BI}(rs_k)$.

Середні значення $X_{cp}(rs_k)$, $Y_{cp}(rs_k)$ знаходяться з співвідношень

$$\begin{aligned} X_{cp}(rs_k) &= \frac{X_{\max}(rs_k) + X_{\min}(rs_k)}{2}, \\ Y_{cp}(rs_k) &= \frac{Y_{\max}(rs_k) + Y_{\min}(rs_k)}{2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Позначимо rs_k через k і визначимо значення $X_{\min}$, $X_{\max}$, $Y_{\min}$, $Y_{\max}$. Можна показати, що для $X_{\min}(k+1)$ справедливе рекурентне співвідношення

$$X_{\min}(k+1) = \left[\frac{k+1}{N} \right] X_{\min}(k). \quad (15)$$

Зі співвідношення (15) випливає, що

$$X_{\min}(k) = \left[\frac{k}{N} \right] \cdot \left[\frac{k-1}{N} \right] \cdot \dots \cdot \left[\frac{k-(k-N)}{N} \right]. \quad (16)$$

Для $X_{\max}(k)$ справедливо

$$X_{\max}(k) = [k - (N-1)]!. \quad (17)$$

Отже для $X_{cp}(k)$ отримаємо

$$X_{cp}(k) = \frac{[k - (N-1)]! + \left[\frac{k}{N} \right] \cdot \left[\frac{k-1}{N} \right] \cdot \dots \cdot \left[\frac{k-(k-N)}{N} \right]}{2}. \quad (18)$$

Для $Y_{\min}$ також справедливе рекурентне співвідношення

$$Y_{\min}(k) = \left[\frac{k-1}{N-1} \right] \cdot Y_{\min}(k-1).$$

Доведення аналогічне як і для $X_{\min}(k)$. Відмінність доведення в тому, що одне значення m_i в $Y_{\min}(k)$ рівне нулю. Тому значення N зменшиться на одиницю. Відтак в знаменнику дробу, що знаходиться під знаком $[]$ стоїть $(N-1)$. Отже, для $Y_{\min}(k)$ можна записати

$$Y_{\min}(k) = \left[\frac{k}{N-1} \right] \cdot \left[\frac{k-1}{N-1} \right] \cdot \dots \cdot \left[\frac{k-(k-N+1)}{N-1} \right]. \quad (19)$$

Значення $Y_{\max}(k)$ визначається аналогічно $X_{\max}(k)$, тільки в даному випадку один елемент $m_i = k$, а інші $N-1$ елементів $\{m_j\}$, $j = 1, 2, \dots, N-1$ дорівнюють нулю. Тому

$$Y_{\max}(k) = k!. \quad (20)$$

Отже, для $Y_{cp}(k)$ отримуємо

$$Y_{cp}(k) = \frac{k! + \left[\frac{k}{N-1} \right] \cdot \left[\frac{k-1}{N-1} \right] \cdot \dots \cdot \left[\frac{k-(k-N+1)}{N-1} \right]}{2}. \quad (21)$$

Число доданків $|X_i|$ та $|Y_j|$ знаходиться як число різних розміщень з k перевірок по N різних модулів тобто

$$K_x = |X_i| = \binom{k-1}{N-1}; \quad (22)$$

$$K_y = |Y_j| = \binom{N+k-1}{N-1} - \binom{k-1}{N-1}. \quad (23)$$

В такому випадку вираз (13) приймає вигляд

$$\tilde{P}_{BI}(k) = \left(1 + \frac{K_y \cdot X_{cp}(k)}{K_x \cdot Y_{cp}(k)} \right)^{-1}, \quad (24)$$

де K_x , K_y , $X_{cp}(k)$, $Y_{cp}(k)$ знаходяться за формулами (18), (21) – (23). Тим самим доведено твердження.

Твердження 3. В інформаційній системі підприємства самоконтролі організовані засобами елементарних перевірок відбуваються в довільні моменти часу функціонування модулів за призначенням. Ймовірність видачі інформації, що знаходиться через порівняння відхилень від середніх значень визначається співвідношенням (24).

Слід зауважити, що значення $\tilde{P}_{BI}$ відображають значення P_{BI} з великою похибкою, тому для встановлення точного співвідношення між ними корекційну функцію $\varphi(k)$ слід експериментально визначати за допомогою математичного моделювання.

Визначення критерію достатності діагностичної інформації при наявності обмежень на виконання елементарних перевірок

Введемо обмеження на виконання елементарних перевірок. Нехай цим обмеженням буде відсутність кратних ребер в діагностичному графі інформаційної системи підприємства. Тому максимальна кількість перевірок в системі, а отже і максимальна кількість ребер ДГ буде рівна $N(N-1)$, де N – кількість модулів в ІСП (вершини ДГ). При цьому кожна вершина може мати $N-1$ ребро, що входить.

Для випадку обмеженої кількості елементарних перевірок ймовірність P_{BI} знаходиться як сума ймовірностей різних комбінацій розміщення з k перевірок по N різних модулів так щоб кожний модуль хоча б один раз перевірявся другим модулем. Отже,

$$P_{BI} = \sum_L P_{m_1, m_2, \dots, m_N, k},$$

де $\sum_{j=1}^N m_j = k$, $\prod_{i=1}^N m_i \geq 1$, $\max\{m_i\} \leq (N-1)$.
Оскільки у випадку коли не накладаються умови на виконання елементарних перевірок ймовірність P_{BI} може бути представлена у вигляді функції $\tilde{P}_{BI}(k)$, визначене співвідношення (24).

Твердження 4. Число доданків K_x визначається як число різних розміщень з k перевірок по N різних модулів так, щоб кожний модуль був перевірений хоча б раз і не було б жодного модуля в якого число перевірок більше ніж $N-1$. Число доданків K_y визначається як число різних розміщень з k перевірок по N різних модулів так, щоб хоча б один модуль був не перевірений і при цьому не було б жодного модуля в якого число перевірок більше ніж $N-1$.

Проілюструємо це детально. Для визначення K_x можна використати функцію вигляду $A(x) = (x + x^2 + \dots + x^m)^N$, де $m = N-1$.

Значення $\{K_x\}$ можна розглядати як послідовність функцій $A(x)$, де кожне значення K_x знаходиться як коефіцієнт при x^k . Таким чином

$$(x + x^2 + \dots + x^m)^N = \sum_{\substack{n_1 + n_2 + \dots + n_m = N \\ \times x^{n_1 + 2n_2 + \dots + mn_m}}} P_N(n_1, n_2, \dots, n_m)$$

Для кожного значення k величини $n_1^{(k)}, n_2^{(k)}, \dots, n_m^{(k)}$ знаходяться як невід'ємні цілі розв'язки системи рівнянь

$$\begin{cases} n_1 + 2n_2 + 3n_3 \dots + mn_m = k, \\ n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_m = N. \end{cases} \quad (25)$$

Розв'язок системи (25) дозволяє визначити кожний доданок $P_N(n_1^{(k)}, n_2^{(k)}, \dots, n_m^{(k)})$ у вигляді поліноміальних коефіцієнтів.

$$P_N(n_1^{(k)}, n_2^{(k)}, \dots, n_m^{(k)}) = \frac{N!}{n_1^{(k)}! n_2^{(k)}! \dots n_m^{(k)}!}.$$

Таким чином

$$K_x = \sum P_N(n_1^{(k)}, n_2^{(k)}, \dots, n_m^{(k)}).$$

Для визначення K_y вводимо параметр K_0 , що дорівнює загальному числу різних розподілів k перевірок між N модулями, так щоб не було жодного модуля з кількістю перевірок більшою ніж $N-1$. Значення K_0 знаходиться за допомогою наступної функції

$$A(x) = (1 + x + x^2 + \dots + x^m)^N,$$

де $m = N-1$. З аналогії отримання K_x можемо визначити

$$K_0 = \sum P_N(n_1^{(k)}, n_2^{(k)}, \dots, n_m^{(k)}),$$

де $n_1^{(k)}, n_2^{(k)}, \dots, n_m^{(k)}$ є розв'язками системи рівнянь

$$\begin{cases} n_2 + 2n_3 + 3n_4 \dots + (m-1)n_m = k, \\ n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_m = N. \end{cases}$$

Шукане значення K_y знаходиться як різниця $K_y = K_0 - K_x$. Середні значення $X_{cp}(k)$, $Y_{cp}(k)$ у виразі (24) визначаються згідно з (14). Значення $X_{min}(k)$ і $Y_{min}(k)$ знаходяться за формулами (16) та (19). Умова обмеженості кількості елементарних перевірок змінює $X_{max}(k)$ і $Y_{max}(k)$ в порівнянні з формулами (17) та (20).

Максимальне значення $X_{max}(k)$ буде тоді коли в $X(k)$ будуть входити максимальні члени тобто $m_i = N-1$ (тут m_i кількість перевірок i -го модуля). Нехай таких членів буде r_1 . Тоді кількість перевірок для r_1 модулів буде $r_1(N-1)$. Кількість перевірок, що залишилися $k - r_1(N-1)$ будуть виконані $N - r_1$ модулями. Для того щоб $X_{max}(k)$ було максимальне розподіл перевірок між $N - r_1$ модулями повинен бути таким, що $N - r_1 - 1$ модулів мають $m_j = 1$, $j = 1, 2, \dots, N - r_1 - 1$, а один модуль має $m_\eta = k - r_1(N-1) - (N - r_1 - 1) = k - r_1(N-2) - (N-1)$. Тоді отримаємо

$$\begin{aligned} X_{max}(k) &= m_1! m_2! \dots m_N! \\ &= [(N-1)!]^{r_1} [k - r_1(N-2) - (N-1)]! \end{aligned}$$

Значення r_1 можна знайти з нерівності

$$k - r_1(N-1) > N - r_1.$$

Дана нерівність означає, що кількість перевірок яка залишилася для $N - r_1$ модулів більша кількості цих модулів. Отже,

$$r_1 \leq \frac{k-N}{N-2} \quad \text{або} \quad r_1 = \left\lfloor \frac{k-N}{N-2} \right\rfloor.$$

Максимальне значення $Y_{max}(k)$ також буде тоді коли в $Y(k)$ будуть входити максимальні члени m_i тобто $m_i = N-1$. Припустимо, що таких членів r_2 . Тоді кількість перевірок для r_2 буде $r_2(N-1)$. Кількість перевірок, що залишилися $k - r_2(N-1)$ будуть виконані $N -$

r_2 модулями. Для того щоб $Y(k)$ було максимальним розподіл перевірок між $N - r_2$ модулями повинен бути таким, що $N - r_2 - 1$ модулів мають $m_j = 0$, $j = 1, 2, \dots, N - r_2 - 1$, а один модуль має $m_\eta = k - r_2(N - 1)$. Тоді отримаємо

$$Y_{\max}(k) = m_1! m_2! \dots m_N! \\ = [(N - 1)!]^{r_2} [k - r_2(N - 2)]!$$

Значення r_2 можна знайти з нерівності $r_2(N - 1) \leq k$ тобто $r_2 = \left\lfloor \frac{k}{N-1} \right\rfloor$.

Таким способом, в результаті виконання деякого числа елементарних перевірок отримується певна структура перевірочних зв'язків (СПЗ). Після проведення аналізу отриманої структури можна зробити висновок про результат контролю інформаційної системи підприємства.

Висновки.

Підсумовуючи, необхідно зазначити, що в роботі запропоновано методологію побудови ефективної системи самодіагностики

Список використаних джерел

1. Кучук Н.Г. Оптимізація пропускних здатностей каналів зв'язку гіперконвективної системи / Кучук Н.Г., Лукова-Чуйко Н.В., Собчук В.В. // Наукове періодичне видання «Системи управління, навігації та зв'язку». – Полтава: ПНТУ, 2019. – Вип 3 (55). – С 120–125.
2. Кучук Н.Г. Перерозподіл інформаційних потоків у гіперконвергентній системі. / Кучук Н.Г., Гавриленко С.Ю., Лукова-Чуйко Н.В., Собчук В.В. // Науково-технічний журнал «Сучасні інформаційні системи». Харків: НТУ «Харківський політехнічний інститут», 2019. – Т. 3, No 2. – С. 116 – 121.
3. Саланда І.П. Система показників та критеріїв формалізації процесів забезпечення локальної функціональної стійкості розгалужених інформаційних мереж. / Саланда І.П., Барабаш О.В., Мусієнко А.П. // Наукове періодичне видання «Системи управління, навігації та зв'язку». Полтава: ПНТУ, 2017. – Вип. 1 (41). С. 122–126.
4. Собчук В.В. Аналіз використання ієрархічної структури для забезпечення функціональної стійкості автоматизованої

інформаційних систем на прикладі українських підприємств у металургійній, енергетичній та хімічній промисловості.

В роботі показано, що якщо відома залежність ймовірності видачі інформації від часу виконання елемента елементарних перевірок, достатньо проводити перевірки протягом заздалегідь визначеного часу, коли надається задане значення ймовірності.

Досліджено, що в інформаційній системі підприємства самоконтроль, організований за допомогою елементарних перевірок, відбувається в довільні моменти часу функціонування модулів за призначенням та відношення ймовірності видачі інформації, яке відбувається шляхом порівняння відхилень від середнього значень.

Отримані критерії достатності діагностичної інформації за відсутності обмежень щодо виконання елементарних перевірок та за наявності обмежень щодо виконання елементарних перевірок.

системи управління підприємством. / Собчук В.В., Мусієнко А.П., Ільїн О.Ю. // Науковий журнал «Телекомунікаційні та інформаційні технології». К.: ДУТ, 2018. – No 4 (61). – С. 53–61.

5. Собчук В.В. Методика створення єдиного інформаційного простору на виробничому підприємстві з функціонально стійким виробничим процесом / Собчук В.В. // Наукове періодичне видання «Системи управління, навігації та зв'язку». – Полтава: ПНТУ, 2019. – Вип. 6 (58). – С 84–91.
6. Собчук В.В. Математична модель структури інформаційної мережі на основі нестационарної ієрархічної та стаціонарної гіпермережі / Собчук В.В., Лаптев О.А., Саланда І.П., Сачук Ю.В. // Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка. – К.: ВІКНУ, 2019. – Вип. 64. – С. 124–132.
7. Собчук В.В. Метод діагностування прихованих відмов в інформаційній системі на основі застосування дворівневої системи забезпечення функціональної стійкості / Собчук В.В., Коваль М.О., Мусієнко А.П., Мацько О.Й. // Науковий журнал «Телекомунікаційні та

- інформаційні технології». – К.: ДУТ, 2019. – № 1 (62). – С. 22–31.
8. Sobchuk A.V. Functionally sustainable wireless sensor network technologies aspects analysis / Sobchuk A.V., Sobchuk V.V., Barabash O.V., Lyashenko I.O. // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, 2019. – VII (23), Issue 193, Budapest, Hungary, pp. 46 – 48.
9. Sobchuk A.V. Assessment methods of functional stability of wireless sensor networks. / Sobchuk A.V., Barabash O.V., Musienko A.P. // Науковий журнал «Телекомунікаційні та інформаційні технології». Київ, ДУТ, 2019. – No 3 (64). – С. 46–54.
10. Sobchuk Valentyn The algorithm of control pricing policy in trade networks on the market of ferrous metals / Sobchuk Valentyn, Barabach Oleg, Musienko Andrii // Телекомунікаційні та інформаційні технології. 2020. – No 1 (66) – С. 120–128.
- References**
1. KUCUK N.G., LUKOVA-CHUYKO N.V. and SOBCHUK V.V. Optyimizacija propusknyh zdatnostey kanaliv zv'jazku giperkonvektyvnoji systemy // Naukove periodychne vydannija "Systemy upravlinnja, navigacii ta zv'jazku". – Poltava: PNTU, 2019. – Vyp. 3 (55). – P. 120–125.
2. KUCUK N.G., GAVLENKO S.Yu., LUKOVA-CHUYKO N.V. and SOBCHUK V.V. Pererozpodil informaciyh potokiv u giperkonvektyvni systemi. // Naukovo tehnicnyy gurnal "Suchasni informaciyi systemy". Kharkiv: NTU «Kharkivskyy politehnicnyy instytut», 2019. – T. 3, No 2. – P. 116–121.
3. SALANDA I.P., BARABASH O.V., MUSIENKO A.P. Systemy pokaznykiv ta kryteriiv formalizacii procesiv zabezpechennja lokalnoi funkcionalnoi stiykosti rozgaluheny informaciyh mereg. // Naukove periodychne vydannija "Systemy upravlinnja, navigacii ta zv'jazku". – Poltava: PNTU, 2017. Vyp. 1 (41). – P. 122–126.
4. SOBCHUK V.V., MUSIENKO A.P. ILIIN O.Yu. Analiz vykorystannja ierarhichnoi struktury dla zabezpechennja funkcionalnoi stiykosti avtomatyzovanoi systemy upravlinnja pidpryemstvom. // Naukovyy gurnal "Telekomunikaciyi ta informaciyi tehnologii" K.: DUT, 2018. – No 4 (61). – P. 53–61.
5. SOBCHUK V.V. Metodyca stvorennja edynogo informacijnoho prostoru na vyrobnychomu pidpryemstvi z funkcionalno stiykym vyrobnychym procesom. / Naukove periodychne vydannija "Systemy upravlinnja, navigacii ta zv'jazku". – Poltava: PNTU, 2019. – Vyp. 6 (58). – P. 84–91.
6. SOBCHUK V.V., LAPTEV O.A., SALANDA I.P. and SACHUK Yu.V. matematychna model struktury informacijnoi meregi na osnovi nestacionarnoi ierarhichnoi ta stacionarnoi gipermergi. // Zbirnyk naukovykh prac Viyskovogo instytutu Kyivskogo nacionalnogo universytetu imeni Tarasa Shevchenka. – K.: VIKNU, 2019. – Vyp. 64. – P. 124–132.
7. SOBCHUK V.V., KOVAL M.O., MUSIENKO A.P. and MACKO O.Y. Metod diagnostuvannja pryhovanyh vidmov v informaciyi systemi na osnovi zastosuvannja dvorivnevoji systemy zabezpechennja funkcionalnoi stiykosti. // Naukovyy gurnal "Telekomunikaciyi ta informaciyi tehnologii" K.: DUT, 2019. – No 1 (62). – P. 22–31.
8. SOBCHUK A.V., SOBCHUK V.V., BARABASH O.V. and LYASHENKO I.O. Functionally sustainable wireless sensor network technologies aspects analysis // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, 2019. – VII (23), Issue 193, Budapest, Hungary, P. 46–48.
9. SOBCHUK A.V. BARABASH O.V. and MUSIENKO A.P. Assessment methods of functional stability of wireless sensor networks. // Науковий журнал «Телекомунікаційні та інформаційні технології». Київ, ДУТ, 2019. – No 3 (64). – С. 46–54.
10. SOBCHUK V.V., BARABASH O.V. and MUSIENKO A.P. The algorithm of control pricing policy in trade networks on the market of ferrous metals // Телекомунікаційні та інформаційні технології. 2020. – No 1 (66) – P. 120–128.

Надійшла до редколегії 27.11.2020