Івохін Є.В., д.ф.-м.н, професор,
Махно М.Ф., к.т.н,
Шкляр В.О., аспірант

Оптимізація розподілу потужностей мережевих каналів на основі алгоритму Орліна

Київський національний університет
імені Тараса Шевченка, м.Київ, пр-т Глушкова,
4д, e-mail: ivohin@univ.kiev.ua

Ivohin E.V., Dr.Sci., professor,
Makhno M.F., Ph.D.
Shklyar V.O., post-graduate

Optimization of power distribution of network channels based on Orlin's algorithm

Taras Shevchenko National University of Kyiv,
Kyiv, Glushkova st., 4d,
e-mail: ivohin@univ.kiev.ua

У статті запропоновано алгоритм розв'язання задачі оптимального розподілу потужностей каналів передачі даних між провайдерами та користувачами мережі Інтернет. Сформульовано математичну модель проблеми розподілу обмеженого однорідного ресурсу з обмеженнями транспортного типу. Розглянуто метод розв'язування на основі потокового алгоритму Орліна. Запропоновано практичне застосування алгоритму для розв'язання реальної задачі розподілу. Отримано результати пропускних спроможностей каналів реальної комп'ютерної мережі при перспективному збільшенні потужностей з'єднань, представлених інтервалами запланованих змін. Проведено аналіз рішень, отриманих при різній кількості комутаційних серверів, зроблені висновки про вибір провайдера для оптимального забезпечення інформаційних потреб користувачів.

Ключові слова: канали зв'язку, розподіл потужностей, оптимізація пропускної здатності, потоковий алгоритм

The article proposes an algorithm for solving the problem of optimal distribution of the capacity of data transmission channels between providers and Internet users. A mathematical model of the problem of distribution of a limited homogeneous resource with transport-type constraints is formulated. A solution method based on Orlin's stream algorithm is considered. A practical application of the algorithm for solving a real distribution problem is proposed. The results of the capacity of the channels of the computer network are obtained with a perspective increase in the capacity of the connections represented by the intervals of the planned changes. An analysis of the solutions obtained with different number of switching servers was made, conclusions about the choice of the provider to meet the optimal information needs of users were made.

Key words: communication channels, power distribution, optimization of transparency, flow algorithm

Роботу представив д.т.н, професор Кудін В.І.

Розв'язування прикладних багатоіндексних задач лінійного програмування транспортного типу [1], що відносяться до класу цілочисельних оптимізаційних задач [2], представляє особливий інтерес. Це пов'язано з тим, що на основі моделей багатоіндексних транспортних задач запропоновано підходи для вирішення ряду складних практичних проблем розподілу та планування. Однак, при цьому потрібно зауважити, що одним з перспективних напрямів при розробці ефективних алгоритмів розв'язання таких задач є виділення підкласів задач, для вирішення яких застосовуються потокові методи [3].

Формулювання проблеми. Важливою для вирішення та практичного впровадження є проблема розподілу обмежених потужностей каналів передачі даних між різними вузлами

мережі Інтернет. Припустимо, що розглядається локальна комп'ютерна мережа підприємства або навчального закладу, яка забезпечує вихід користувачів в Інтернет. Доступ користувачів до глобальної мережі і отримання необхідної інформації проводиться за допомогою декількох комунікаційних серверів, розміщених на території інформаційно-обчислювального центру (ІОЦ) підприємства і підключених високошвидкісними зовнішніми каналами зв'язку з провайдерами Інтернет. Рівні пропускних спроможностей серверів лежать в межах смуги пропускання (bandwidth) локальної мережі. Припустимо, що відомі потреби абонентів мережі в збільшенні швидкості отримання тієї або іншої кількості інформації. Задані побажання (переваги) абонентів щодо можливих об'ємів збільшення пропускних спроможностей для

передачі інформації від провайдера призначеному для користувача вузлу. Для реалізації побажань необхідно провести оновлення потужностей комутаційних серверів мережі шляхом розгортання нових, потужніших комп'ютерів або шляхом збільшення кількості існуючих серверів, що дозволяє збільшити сумарну пропускну спроможність групи комутаційних серверів. При цьому значення сумарної потужності серверів як у разі збільшення потужності наявного парку комп'ютерів, так і у разі збільшення кількості серверів передбачається однаковим.

Припустимо, що в мережі реалізовані умови ефективної комутації каналів (щодо їх пропускну спроможності), які забезпечуються програмованими мережевими пристроями (комунікаційними серверами, маршрутизаторами). Структура мережі та інформації, що розподіляється в ній, в загальному випадку може бути найрізноманітнішою. В даному випадку розглядається проблема розподілу потужностей каналів з наступними обмеженнями [4]:

- інформація розподіляється від провайдера до абонентів (вузлам) через комутаційні сервера по каналах зв'язку з пропускну спроможністю, що враховує задану ширину смуги пропускання;

- кожен абонент мережі обслуговується одним комутаційним сервером;

- пропускну спроможність отримання інформації для комутаційних вузлів і абонентів обмежено як зверху (принципові обмеження можливостей провайдера), так і знизу (мінімальна потреба абонентів в отримуваній інформації).

Виходячи з наявного резерву ширини смуги пропускання зовнішнього з'єднання, необхідно максимально ефективно збільшити сумарну пропускну спроможність каналів зв'язку користувачів шляхом зміни сумарній потужності комунікаційних серверів з урахуванням як потреб і побажань абонентів (користувачів), так і можливостей ІОЦ.

Загальна математична модель. Нехай N_1 – множина провайдерів глобальної мережі, N_2 – множина комунікаційних серверів, N_3 – множина абонентів. Через A_i^+ , $i = \overline{1, N_1}$, позначимо величини максимальної ширини смуги пропускання каналу передачі даних, яку здатний надати провайдер i , $i = \overline{1, N_1}$; B_j^+ , $j = \overline{1, N_2}$, – величини максимальної ширини смуги пропускання каналу передачі даних, яку здатен забезпечити комунікаційний вузол j ,

$j = \overline{1, N_2}$; C_k^-, C_k^+ , $k = \overline{1, N_3}$, – значення мінімальної і максимальної ширини смуги пропускання каналу передачі даних, яку необхідно надати абоненту k , $k = \overline{1, N_3}$; t_k – пропускну здатність k -го абонентського пункту, $k = \overline{1, N_3}$. Тоді, припускаючи, що розподіл потужностей каналів зв'язку задовольняє умовам адитивності і пропорційності, можна розглядати задачу розподілу обмеженого однорідного ресурсу (смуги пропускання каналів зв'язку) з обмеженнями транспортного типу з метою знаходження оптимального плану передачі даних. Це забезпечує ефективне функціонування системи забезпечення користувачам Інтернет-доступу, яке полягає в знаходженні оптимальних значень пропускну спроможностей T_i передачі даних i -м постачальником інформації (провайдером), $i = \overline{1, N_1}$, і оптимальних значень пропускну спроможностей t_k використання локальних каналів зв'язку k -м користувачем, $k = \overline{1, N_3}$.

Формально постановка даної задачі може бути записана у вигляді [5]:

$$\max t_1; \max t_2; \dots \max t_{N_3}, \quad (1)$$

за наступних умов:

$$\sum_{k=1}^{N_3} t_k = \sum_{i=1}^{N_1} A_i^+; \quad (2)$$

$$T_i \leq A_i^+, i = \overline{1, N_1}, \quad (3)$$

$$\tau_j \leq B_j^+, j = \overline{1, N_2}, \quad (4)$$

$$C_k^- \leq t_k \leq C_k^+, k = \overline{1, N_3}, \quad (5)$$

і при обмеженні

$$\sum_{k=1}^{N_3} C_k^- \leq \sum_{i=1}^{N_1} A_i^+ \leq \sum_{k=1}^{N_3} C_k^+; \quad (6)$$

де τ_j – величини пропускну спроможностей каналів зв'язку, що забезпечуються j -м комунікаційним вузлом, $j = \overline{1, N_2}$.

Алгоритм Орліна для пошуку розв'язків у вигляді максимальних потоків. Алгоритм, запропонований Orlin J.B. [6], дозволяє звести задачу багатоіндексного лінійного програмування транспортного типу до потокової задачі, пропонуючи ефективну обчислювальну схему в порівнянні з оцінками складності загальних

Геометрію розв'язку багатоміжної транспортної задачі розподілу однорідного неперервного ресурсу подано на рисунку 1.

Для знаходження розв'язку оптимізаційної задачі (8) у вигляді векторної функції

$$t(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) =$$

$$(t_1(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K), \dots, t_{N_3}(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K)),$$

k -й елемент якої характеризує величину розподіленого в k -й пункт споживання однорідного ресурсу ($k = \overline{1, N_3}$), введемо наступне позначення. Орієнтований граф $G(V, E)$ будемо задавати у вигляді матриць зв'язності розмірності $N \times M$ для прямого H^{in} і зворотного H^{out} потоків, елементи яких визначаються наступними чином

$$H_{i,m}^{in} = \begin{cases} 1, \text{ якщо вузол } v_i \text{ інцидентний ребру } e_m \\ i \text{ є його кінцем} \\ 0, \text{ у протилежному випадку} \end{cases}, \quad i = \overline{1, N}, m = \overline{1, M}; \quad (10)$$

$$H_{i,m}^{out} = \begin{cases} -1, \text{ якщо вузол } v_i \text{ інцидентний ребру } e_m \\ i \text{ є його початком} \\ 0, \text{ у протилежному випадку} \end{cases}, \quad i = \overline{1, N}, m = \overline{1, M}. \quad (11)$$

Для орієнтованого графа $G(V, E)$ визначимо матрицю S^r розмірності $N \times N$, яка є матрицею зв'язності (тобто, якщо вершина v_p досяжна з вершини v_q , то (q, p) -й елемент матриці досяжності дорівнює 1, у протилежному випадку – 0, $q, p = \overline{1, N}$) для шляху кратності r (r задає кількість ребер, проходячи через які з вершини v_i є шлях у вершину v_p). Матриця S^r визначається рівністю

$$S^r = \left(H^{in} (-H^{out})^T \right)^r. \quad (12)$$

Оскільки $G(V, E)$ є орієнтованим зв'язним графом без петель і паралельних ребер, величина r обмежена значенням R , яке визначає максимально можливу кількість ребер, проходячи через котрі існує шлях з q -ї вершини в p -у. Величина R визначається максимально допустимою кількістю переходів, для яких норма матриці не дорівнює нулю, тобто $\|S^r\| \neq 0$, для всіх $r \leq R$, а $\|S^{R+1}\| = 0$.

Вектор-функція

$$w(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) =$$

$$(w_1(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K), \dots, w_N(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K)),$$

j -й елемент якої характеризує обсяг ресурсу, котрий доставляється в j -ю вершину графа

$G(V, E)$, $j = \overline{1, N}$, визначається наступним співвідношенням:

$$w_j(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) =$$

$$= \left[\sum_{p=1}^N \left(H^{in} * \text{diag}(\gamma_R(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K)) * (-H^{out})^T \right) \right]_j + w'_j(T_1, \dots, T_{N_1}) \quad (13)$$

де сума у першому доданку береться по усім N елементам j -го рядка матриці

$$H^{in} * \text{diag}(\gamma_R(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K)) * (-H^{out})^T,$$

$w'(T_1, \dots, T_{N_1}) = (w'_1(T_1, \dots, T_{N_1}), \dots, w'_N(T_1, \dots, T_{N_1}))$ – вектор-функція розмірності N , j -й елемент якої визначає величину ресурсу, котрий виробляється j -ю вершиною графа $G(V, E)$, $j = \overline{1, N}$;

$$\gamma_R(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) = (\gamma_R^1(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K), \dots,$$

$\gamma_R^N(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K))$ – вектор-функція розмірності N , елементи якої обчислюються рекурентно за формулою

$$\gamma_r^m(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) =$$

$$= \left[\sum_{q=1}^M \left(\beta(e'_1, \dots, e'_K) H^{in} \text{diag}(\gamma_{r-1}(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K)) \right) \right]_m + \gamma_1^m(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K), \quad (14)$$

$r = \overline{2, R}$, $m = \overline{1, N}$, а сума у першому доданку береться по всіх M елементах m -го рядка матриці $\beta(e'_1, \dots, e'_K) H^{in} \text{diag}(\gamma_{r-1}(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K))$.

У рекурентному виразі (14) початкові значення елементів вектор-функції $\gamma_1(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K)$ та елементи матричної функції $\beta(e'_1, \dots, e'_K)$ визначаються співвідношеннями:

$$\gamma_1^m(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) =$$

$$= \left[\sum_{p=1}^N \left(\beta(e'_1, \dots, e'_K) * \text{diag}(v'(T_1, \dots, T_{N_1})) \right) \right]_m,$$

$$m = \overline{1, N};$$

$$\beta(e'_1, \dots, e'_K) = [(-H^{out}) * \text{diag}(E'(e'_1, \dots, e'_K))]^T. \quad (15)$$

Тоді елементи векторної функції $w(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K)$ визначають елементи вихідної векторної функції $t(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K)$, яка є розв'язком задачі оптимізації (8):

$$t_k(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) = w_{Q_k}(T_1, \dots, T_{N_1}, e'_1, \dots, e'_K) \quad (16)$$

де Q – вектор розмірності N_3 , елементи якого визначають номери вершин графа $G(V, E)$, що складають підмножину V_e пунктів споживання ресурсу, $k = \overline{1, K}$.

Таким чином, багатоіндексну задачу розподілу однорідного неперервного ресурсу з умовами транспортного типу пропонується розв'язувати з урахуванням критерію оптимальності, шляхом багаторазового вирішення оптимізаційної задачі (8) з обмеженнями (9) і топології (10), (11) методами оптимізації другого порядку [5], які забезпечують найкращу збіжність.

Застосування алгоритму для розв'язання реальної задачі розподілу. Нехай в якості пунктів виробництва, проміжних пунктів і пунктів споживання розглядаються відповідно групи Інтернет-провайдерів глобальної мережі, комунікаційних серверів інформаційно-обчислювального центру та абонентів-споживачів інформації, якими є гуртожитки вищого навчального закладу. Схема підключення мережних пристроїв користувачів і їх обслуговування на рівні комунікаційних серверів ІОЦ відповідає вимогам вихідної задачі. Однорідним ресурсом, що вимагає оптимального розподілу, буде пропускна здатність каналів зв'язку провайдер-користувач з урахуванням ширини смуги пропускання каналу, яку здатний надати провайдер, і максимальної ширини смуги пропускання, яку здатний обробити і реалізувати комунікаційний вузол.

Розглядається реальна комп'ютерна мережа, що використовує одне з 2 альтернативних зовнішніх підключень до мережі Інтернет (2 провайдера) і 2 або 3 комунікаційних сервера, сумарна ширина смуги пропускання яких однакова. Значення ширини пропускної смуги на поточний момент дорівнює 2 Гб/с, але може бути збільшено до 3 Гб/с. Внутрішні канали мережі з шириною смуги пропускання 1 Гб/с використовуються для обслуговування мережних пристроїв 17 студентських гуртожитків. Комунікаційні сервери забезпечують підключення користувачів до зовнішніх каналів, ширина смуги пропускання яких 10 Гб/с.

На початковому етапі дослідження службами інформаційно-обчислювального центру використовувалися 2 комунікатора з шириною смуги пропускання 1 Гб/с. В результаті спостереження за величиною трафіку, який отримується мережним обладнанням в гуртожитках, було встановлено, що максимальна пропускна здатність окремих підключень до комунікаційних серверів становить відповідно 260, 165, 150, 190,

275, 115, 175, 275, 155, 195, 125, 145, 90, 370, 180, 90, 150 Мб / с (сумарний трафік = 3105 Мб / с), що перевищує загальну пропускну здатність серверного обладнання.

Зрозуміло, що забезпечити зазначені рівні пропускної здатності для всіх користувачів одночасно в даній конфігурації мережевого устаткування неможливо.

Реальна пропускна здатність, яка була реалізована виходячи із заданої ширини смуги пропускання кожного комунікатора, отримується при підключенні гуртожитків №8, 14, 15, 17 до 1 серверу, а інших - до сервера 2. Значення пропускної здатності локальних підключень дорівнюють 0; 99; 129; 0; 0; 122; 28; 284; 150; 0; 130; 150; 99; 378; 192; 93; 146 Мб/с. Ясно, що вирішення проблеми в вигляді відключення доступу в Інтернет користувачам, потужність каналу яких дорівнює 0, неприпустимо. У якості інноваційного розв'язання проблеми пропонується удосконалити наявне на ІОЦ мережеве обладнання. Це можна провести шляхом збільшення парку комунікаційних серверів мережним комп'ютером з потужністю, що дорівнює двом наявним. Інший спосіб збільшення пропускної здатності каналів мережі полягає в придбанні двох нових більш потужних серверів.

При використанні 2 однакових комунікаційних серверів сумарної пропускної потужності 3 Гб/с, величини пропускної здатності локальних підключень дорівнюють 259, 159, 149, 166, 273, 115, 163, 274, 152, 148, 125, 144, 90, 365, 180, 89, 149 Мб/с відповідно, що в сумі становить 3 Гб/с. Використання 3 комунікаторів загальної пропускної спроможності 3 Гб/с (1 Гб/с кожен) дає значення потужності локальних підключень 260, 148, 146, 190, 258, 114, 175, 266, 146, 195, 124, 143, 90, 335, 180, 89, 141 Мб / с відповідно, що в сумі також становить 3 Гб/с.

Для прискорення доступу в Інтернет виникла необхідність у збільшенні пропускної здатності каналів передачі даних. Виходячи з аналізу існуючого трафіку та можливостей обладнання були запропоновані наступні максимальні величини пропускної здатності локальних підключень: 280, 180, 170, 200, 290, 125, 190, 290, 170, 210, 135, 160, 100, 390, 195, 95, 165 Мб / с.

Використання для цього двох комунікаційних серверів сумарною пропускною потужністю 3 Гб/с забезпечує швидкості локальних підключень, які дорівнюють 128, 161, 160, 124, 284, 124, 152, 287, 165, 208, 134, 158, 100, 378, 194, 94, 149 Мб/с відповідно (гуртожитки № 5; 8; 10; 14; 15 і 17 підключаються до сервера 1; інші - до сервера 2).

Використання 3 комунікаторів дає значення потужності локальних підключень 271, 146, 153, 65, 273, 123, 123, 284, 162, 206, 131, 158, 97, 378, 192, 92, 146 Мб/с відповідно (гуртожитки № 1; 5, 10, 12 і 16 підключаються до сервера 1; гуртожитки № 2; 3; 4; 6; 7; 9; 11 і 13 - до сервера 2; гуртожитки № 8; 14; 15; 17 - до сервера 3).

Необхідно відзначити, що схема оптимізації потужності мережевих каналів зв'язку на основі застосування алгоритму Орліна отримала практичне підтвердження у процесі проведення конструктивної реорганізації серверного парку ЮОЦ. При цьому, треба зазначити, що розроблений потоковий алгоритм залишається достатньо ресурсомістким через використання ітераційної багатокрокової схеми. У випадку складних мережевих топологій потрібно застосовувати альтернативні алгоритми розв'язування вихідної задачі (1)-(6) (наприклад, [8]).

Висновки. У даній роботі розглянуто метод розв'язання оптимізаційної задачі транспортного

типу для вирішення проблеми оптимального розподілу потужностей каналів передачі даних у мережі Інтернет. Для проведення дослідження сформульована задача оптимізації пропускної здатності мережевих каналів зв'язку в схемі «провайдер - комунікаційний сервер - користувач» за наявності обмежень на обсяги споживання. Запропоновано застосування методу оптимізації розподілу потоків на основі алгоритму Орліна. Проведено обчислювальний експеримент, в результаті якого отримано величини пропускних спроможностей мережених каналів університету при перспективному збільшенні потужностей з'єднань. Результати наведено у вигляді їх інтервалів запланованих змін. Проведено аналіз рішень, отриманих для різної кількості комутаційних серверів, зроблені висновки щодо забезпечення потреб користувачів у каналах зв'язку.

Список використаних джерел

1. Раскин Л.Г., Кириченко И.О. Многоиндексные задачи линейного программирования. – М.: Радио и связь, 1982. – 240с.
2. Схрейвер А. Теория линейного и целочисленного программирования. – М.: Мир, 1991. – 360с.
3. Прилуцкий М.Х., Картомин А.Г. Потокосые алгоритмы распределения ресурсов в иерархических системах // Исследовано в России. – 2003. – 39. – С. 444-452.
4. Прилуцкий М.Х., Афраймович Л.Г. Распределение ресурсов в иерархических системах транспортного типа. – Нижний Новгород, 2007. – 80с.
5. Pentico D.W. Assignment problems: A golden anniversary survey // European Journal of Operational Research. – 2007. – V. 176. – P.774-793.
6. Orlin J.B. A Faster strongly polynomial minimum cost flow algorithm // Operations research. – 1993. – V. 41. – N 2. – P.338-350.
7. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512с.
8. Івохін Є.В., Аджубей Л.Т. Про розв'язок однієї дворівневої моделі виробничо-транспортної задачі // Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Сер.ФМН.–2014.–№3. – С.122-125.

References

1. Raskin L.G., Kirichenko I.O. Mnogoindeksnyye zadachi lineynogo programmirovaniya. – M.: Radio i svyaz'. – 240 p.
2. Skhreyver A. Teoriya lineynogo i tselochislennogo programmirovaniya. – M.: Mir. – 360 p.
3. Prilutskiy M.Kh., Kartomin A.G. Potokovyye algoritmy raspredeleniya resursov v iyerarkhicheskikh sistemakh // Issledovano v Rossii. – 39. – P. 444-452.
4. Prilutskiy M.Kh., Afraymovich L.G. Raspredeleniye resursov v iyerarkhicheskikh sistemakh transportnogo tipa. Nizhniy Novgorod. – 80p.
5. Pentico D.W. Assignment problems: A golden anniversary survey // European Journal of Operational Research. – V. 176. – P.774-793.
6. Orlin J.B. A Faster strongly polynomial minimum cost flow algorithm // Operations research. – V. 41. – N 2. – P.338-350.
7. Kalitkin N.N. Chislennyye metody [Numerical methods]. – M.: Nauka. – 512p.
8. Ivokhin E.V., Adzhubey L.T. Pro rozv'yazok odniyeyi dvorivnevoyi modeli vyrobnycho-transportnoyi zadachi // Visnyk KNU imeni Tarasa Shevchenka. Ser. FMN. – №3. – P.122-125.

Надійшла до редколегії 26.03.2021