

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

ВІСНИК

**КИЇВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

СЕРІЯ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

№3 2022

**Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка,
випуск №3, 2022,**

Серія фізико-математичні науки

З 1991 року серії вісників Київського університету “Математика і механіка”, “Фізика”, “Моделирование и оптимизация сложных систем” реорганізовано у “Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки”. У віснику містяться результати нових досліджень у різних галузях математики, інформатики, механіки, фізики та радіофізики для наукових працівників, викладачів, аспірантів, інженерів і студентів. Друкується за рекомендаціями Вчених Рад фізичного, механіко-математичного факультетів, факультету радіофізики, електроніки та комп’ютерних систем і факультету комп’ютерних наук та кібернетики.

Журнал “Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія фізико-математичні науки” включено до переліку фахових видань ВАК України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора, кандидата наук і PhD за спеціальностями 111, 112, 113, 104, 105 (затверджено наказом Міністерства освіти і науки України №1188 від 24.09.2020) та за спеціальностями 121, 122, 123, 124 (затверджено наказом Міністерства освіти і науки України №1471 від 26.11.2020), та реферується в Реферативному журналі Zentralblatt MATH, JournalTOCs, Crossref, ICI World of Journals, Road, Google Scholar і Науковій періодиці України.

Редакційна колегія:

Моклячук Михайло Павлович, д.ф.-м.н., проф., **головний редактор**;
Розора Ірина Василівна, д.ф.-м.н., доц., **заст. головного редактора**;
Bartlova Milada, Ph. D., Brno University of Technology, Brno, Czech Republic;
Bavula Vladimir, Prof., University of Sheffield, Great Britain;
Beghin Luisa, Prof., Sapienza Università di Roma, Italy;
Futorny Vyacheslav, Prof., Universidade de São Paulo, Brazil;
Giuliano Rita, Prof., Università di Pisa, Italy;
Gorlatch Sergei, Dr. Sci. (habil.), Prof., University of Muenster, Muenster, Germany;
Hudak Stefan, Dr. Sci., Prof., Technical University of Kosice, Kosice, Slovak Republic;
Kukhtarev Nickolai, Prof., Alabama A&M University, Alabama, USA;
Leonenko Nikolay, Prof., Cardiff University, Great Britain;
Medvids Arturs, Dr. Phys. (habil.), Prof., Riga Technical University, Riga, Latvia;
Olenko Andriy, Prof., La Trobe University, Australia;
Orsingher Enzo, Prof., Sapienza University of Rome, Italy;
Ostrovsky Eugene, Prof., Bar- Ilan University, Israel;
Pogany Tibor, Prof., University of Rijeka, Croatia;
Rontó Miklós, Dr. Sci., Prof., University of Miskolc, Miskolc, Hungary;
Silvestrov Dmitrii, Prof., Stockholms universitet, Sweden;
Sottinen Tommi, Prof., University of Vaasa, Finland;
Toru Aoki, Ph. D., Prof., Research Institute of Electronics, Shizuoka University, Shizuoka, Japan;
Trofimchuk Sergey, Prof., Universidadde Talca, Instituto de Matematica y Fisica, Talca, Chile;
Volodin Andrei, Prof., University of Regina, Canada;
Акіменко Віталій Володимирович, д.т.н., проф.;
Анісімов Ігор Олексійович, д.ф.-м.н., проф.;
Анісімов Анатолій Васильович, чл.-кор. НАН України, д.ф.-м.н., проф.;
Безущак Оксана Омелянівна, д.ф.-м.н., проф.;
Волошин Олексій Федорович, д.т.н., проф.;
Гарашенко Федір Георгійович, д.т.н., проф.;
Єжов Станіслав Миколайович, д.ф.-м.н., проф.;
Жук Ярослав Олександрович, д.ф.-м.н., проф.;
Заславський Володимир Анатолійович, д.т.н., проф.;
Курченко Олександр Олексійович, д.ф.-м.н., проф;

Кудін Володимир Іванович, д.т.н., с.н.с.;
Львов Віктор Анатолійович, д.ф.-м.н., проф.;
Макарець Микола Володимирович, д.ф.-м.н., проф.;
Майборода Ростислав Євгенович, д.ф.-м.н., проф.;
Мішура Юлія Степанівна, д.ф.-м.н., проф.;
Пашко Анатолій Олексійович, д.ф.-м.н., проф.;
Перестюк Микола Олексійович, акад. НАН України, д.ф.-м.н., проф.;
Петравчук Анатолій Петрович, д.ф.-м.н., проф.;
Погорілий Сергій Дем'янович, д.т.н., проф.;
Савенков Сергій Миколайович, д.ф.-м.н., доц.;
Скришевський Валерій Антонович, д.ф.-м.н., проф.;
Сливка-Тилищак Ганна Іванівна, д.ф.-м.н., проф.;
Хусаїнов Денис Ях'євич, д.ф.-м.н., проф.;

Редакційний відділ:

Затула Дмитро Васильович, **відповідальний секретар**;
Стукаленко Вікторія Віталіївна, stu@univ.kiev.ua;
Родіонова Тетяна Василівна, rodtv@univ.kiev.ua;
П'ятецька Олена Василівна, visnyk.phys-math@ukr.net;
Отто Георгій Костянтинівич, **технічний редактор**, ottogk@gmail.com.

Адреса редакційної колегії:

Факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
пр. Глушкова, 4 д, 03022 Тел. (044) 259-01-49
bphm@knu.ua, fm.visnyk@ukr.net

ISSN 1812-5409

Засновник: Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Свідоцтво про державну реєстрацію: КВ №16299-4771Р від 11.12.2009 року

DOI: <https://doi.org/10.17721/1812-5409.2022/3>

Безкоштовно

The journal contains results of new research in various fields of mathematics, computer science, mechanics, physics and radiophysics for researchers, academic staff, postgraduates, engineers and students. It is published on the recommendation of the Academic Councils of Faculty of Physics, Faculty of Radiophysics, Electronics and Computer Systems, Faculty of Mechanics and Mathematics and the Faculty of Computer Science and Cybernetics.

Journal "Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Series: Physics and Mathematics" is included in the List of scientific professional publications of Ukraine, in which the results of the theses for obtaining the scientific degrees of a doctor and a candidate of sciences (PhD) in specialties 111, 112, 113, 104, 105, 121, 122, 123 and 124 can be published (approved by the orders of the Ministry of Education and Science of Ukraine No. 1188 dated September 24, 2020 and No. 1471 dated November 26, 2020).

Journal is referenced in the abstract journal **Zentralblatt MATH (zbMATH), JournalTOCs, Crossref, ICI World of Journals, Road, Google Scholar and Scientific periodicals of Ukraine.**

Editorial Board

Moklyachuk Mikhail Pavlovych, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine,
Editor in Chief;

Rozora Iryna Vasylyvna, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Associate Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv,
Ukraine, Deputy Editor in Chief;

Bartlova Milada, Ph. D., Brno University of Technology, Brno, Czech Republic;

Bavula Vladimir, Prof., University of Sheffield, Great Britain;

Beghin Luisa, Prof., Sapienza Università di Roma, Italy;

Futorny Vyacheslav, Prof., Universidade de São Paulo, Brazil;

Giuliano Rita, Prof., Università di Pisa, Italy;

Gorlatch Sergei, Dr. Sci. (habil.), Prof., University of Muenster, Muenster, Germany;

Hudak Stefan, Dr. Sci., Prof., Technical University of Kosice, Kosice, Slovak Republic;

Kukhtarev Nikolai, Prof., Alabama A&M University, Alabama, USA;

Leonenko Nikolay, Prof., Cardiff University, Great Britain;

Medvids Arturs, Dr. Phys. (habil.), Prof., Riga Technical University, Riga, Latvia;

Olenko Andriy, Prof., La Trobe University, Australia;

Orsingher Enzo, Prof., Sapienza University of Rome, Italy;

Ostrovsky Eugene, Prof., Bar-Ilan University, Israel;

Pog'any Tibor, Prof., University of Rijeka, Croatia;

Rontó Miklós, Dr. Sci., Prof., University of Miskolc, Miskolc, Hungary;

Silvestrov Dmitrii, Prof., Stockholm University, Sweden;

Sottinen Tommi, Prof., University of Vaasa, Finland;

Toru Aoki, Ph. D., Prof., Research Institute of Electronics, Shizuoka University, Shizuoka, Japan;

Trofimchuk Sergey, Prof., Universidad de Talca, Instituto de Matematica y Fisica, Talca, Chile;

Volodin Andrei, Prof., University of Regina, Canada;

Akimenko Vitaliy Vladimirovich, Dr. Sci., Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;

Anisimov Igor Alekseevich, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;

Anisimov Anatoliy Vasyl'ovych, Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Ukraine, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;

Bezuschak Oksana Omelyanivna, Dr., Sci., Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;

Voloshin Aleksey Fedorovich, Dr. Sci., Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;

Garaschenko Fedir Georgievich, Dr. Sci., Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;

Yezhov Stanislav Nikolaevich, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;

Zhuk Yaroslav Aleksandrovich, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;

Zaslav's'kyj Volodymyr Anatolijovych, Dr. Sci., Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;

Kurchenko Oleksandr Oleksijovych, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;

Kudin Volodymyr Ivanovich, Dr. Sci., Sr. Sci. Researcher, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;

Lvov Victor Anatolijovych, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;

Makarets' Nikolay Vladimirovych, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;
Maiboroda Rostyslav Yevhenovych, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;
Mishura Yuliya Stepanivna, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;
Pashko Anatolij Oleksijovych, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;
Perestyuk Mykola Oleksijovych, Member of the National Academy of Sciences of Ukraine, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;
Petravchuk Anatolij Petrovych, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;
Pogorily Serhiy Demyanovych, Dr. Sci., Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;
Savenkov Serhij Mykolajovych, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Associate Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;
Skrzyeysky Valery Antonovych, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine;
Slyvka-Tylyshchak Anna Ivanivna, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Uzhhorod National University, Uzhhorod, Ukraine;
Husainov Denys Yah'yevych, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine.

ISSN: 2218-2055 (on-line version)

ISSN: 1812-5409 (printed version)

DOI: <https://doi.org/10.17721/1812-5409.2022/3>

Founders: Taras Shevchenko National University of Kyiv

Foundation year: 1991 (series of bulletins of Kyiv University "Mathematics and Mechanics", "Physics", "Modeling and Optimization of Complex Systems" was reorganized into "Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Series: Physics and Mathematics").

Certificate of state registration: KB № 16299-4771 P dated 11.12.2009

Issued: 4 times a year

Mailing Address

Taras Shevchenko National University of Kyiv
Faculty of Computer Science and Cybernetics,
03022, Ukraine, Kyiv, 4d Academician Glushkov avenue
Phone: (044) 259-01-49
bphm@knu.ua, fm.visnyk@ukr.net

ЗМІСТ

АЛГЕБРА, ГЕОМЕТРІЯ ТА ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

Борисенко О.Д., Кушніренко С.В., Мішура Ю.С., Моклячук М.П., Перестюк М.О., Самойленко В.Г., Станжицький В.Г., Шевчук І.О. Професор Г.Л. Кулініч (09.12.1938- 10.02.2022) – видатний вчений і педагог	11
Мішура Ю.С., Кушніренко С.В., Волох Л.В. Інваріантні поверхні для певних класів систем другого порядку стохастичних диференціальних рівнянь зі стрибками	22
Зубченко В.П., Ткаченко А.В. Математична модель фінансової динаміки страхової компанії	28
Зубченко В.П., Александрова П.В. Дослідження динаміки інструменту своп процентної ставки із використанням методів машинного навчання	37
Бондаренко В.М. Козображення матричних алгебр Манна	42

КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ ТА ІНФОРМАТИКА

Замрій І.В., Вишнівський В. В. Метод ідентифікації атомарних елементів інформаційного простору за допомогою єдиного інформаційного простору	47
Наконечний О.Г., Капустян О.А., Шевчук Ю.М., Лосєва М.В., Косуха О.Ю. Інтелектуальна система аналізу реакцій на новини на основі даних Телеграм-каналів	55

CONTENTS

ALGEBRA, GEOMETRY AND PROBABILITY THEORY

Borysenko O.D., Kushnirenko S.V., Mishura Yu.S., Moklyachuk M.P., Perestyuk M.O., Samoilenko V.G., Stanzhytskyi O.M., Shevchuk I.O., Professor G.L. Kulinich (09.12.1938–10.02.2022) – prominent scientist and teacher	11
Mishura Yu.S., Kushnirenko S.V., Voloh L.V. Invariant surfaces for certain classes of systems of the second-order to stochastic differential equations with jumps	22
Zubchenko V.P., Tkachenko A.V. Mathematical model of financial dynamics of an insurance company	28
Zubchenko V.P., Aleksandrova P.V. Study of the dynamics of the interest rate swap using machine learning methods	37
Bondarenko V. M., Corepresentations of Munn matrix algebras	42

COMPUTER SCIENCES AND INFORMATICS

Zamrii I. V., Vyshnivskyi V. V. Method of identification of atomic elements of information space with the help of a unified information space	47
Nakonechnyi O.A. Kapustian O.A., Shevchuk Iu. M., Loseva M.V., Kosukha O. Yu.A intellectual system of analysis of reactions to news based on data from Telegram channels	55

АЛГЕБРА, ГЕОМЕТРИЯ ТА ТЕОРИЯ ІМОВІРНОСТЕЙ

УДК 519.21

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2022/3.1>

О.Д. Борисенко¹, к.ф.-м.н., доц.
С.В. Кушніренко¹, к.ф.-м.н., доц.
Ю.С. Мішура¹, д.ф.-м.н., проф.
М.П. Моклячук¹, д.ф.-м.н., проф.
М.О. Перестюк¹, д.ф.-м.н., проф., ак. НАНУ
В.Г. Самойленко¹, д.ф.-м.н., проф.,
член-кор. НАНУ
О.М. Станжицький¹, д.ф.-м.н., проф.
І.О. Шевчук¹, д.ф.-м.н., проф.,
член-кор. НАНУ

Професор Г.Л. Кулініч (09.12.1938 – 10.02.2022) – видатний вчений і педагог

¹Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 01601, Київ, вул. Володимирська, 64/13,
e-mail: odb@univ.kiev.ua, bksw@univ.kiev.ua,
yuliyamishura@knu.ua, moklyachukmp@knu.ua,
pmo@univ.kiev.ua, ostanzh@gmail.com,
shevchuk@univ.kiev.ua

O.D. Borysenko¹, PhD, Associate Prof.
S.V. Kushnirenko¹, PhD, Associate Prof.
Yu.S. Mishura¹, Dr of Sci., Prof.
M.P. Moklyachuk¹, Dr of Sci., Prof.
M.O. Perestyuk¹, Dr of Sci., Prof., Ac. NASU
V.G. Samoilenko¹, Dr of Sci., Prof., Corr.
mem. NASU
O.M. Stanzhytskyi¹, Dr of Sci., Prof.
I.O. Shevchuk¹, Dr of Sci., Prof., Corr.
mem. NASU

Professor G.L. Kulinich (09.12.1938 – 10.02.2022) – prominent scientist and teacher

¹Taras Shevchenko National University of Kyiv, 01601, Kyiv, 64/13, Volodymyrska st.
e-mail: odb@univ.kiev.ua, bksw@univ.kiev.ua,
yuliyamishura@knu.ua, moklyachukmp@knu.ua,
pmo@univ.kiev.ua, ostanzh@gmail.com,
shevchuk@univ.kiev.ua

Наука була пристрастю мого життя. Я жив тільки для неї і в тяжкі хвилини, котрі неминучі при довготривалій трудовій діяльності, думка про вітчизну вселяла в мене бадьорість. Я ототожнював велич батьківщини з величчю науки.

Луї Пастер

Хороший вчитель може навчити інших навіть того, що сам не вміє.

Тадеуш Котарбінський



10 лютого 2022 року обірвалося життя відомого українського вченого, доктора фізико-математичних наук, заслуженого професора Київського національного університету імені Тараса Шевченка, академіка Академії наук вищої школи України Кулініча Григорія Логвиновича.

Народився Григорій Логвинович 9 грудня 1938 року на хуторі Лучищів біля села Жеревці Лугинського району Житомирської області в багатодітній сім'ї залізничника. В 1939 році його сім'я переїхала на станцію Білокорівці Олевського району Житомирської області, де у 1956 році він закінчив середню залізничну школу №32. З 1956 по 1959 рік працював на електростанції Білокорівського гарнізону, проходив дійсну службу в рядах радянської армії, мріяв про військову кар'єру. У 1959 році при виконанні службових обов'язків став інвалідом армії III групи.

Доля розпорядилася так, що замість двох військових училищ, до яких вступав Григорій Логвинович, він у грудні 1964 року закінчив з відзнакою механіко-математичний факультет Київського державного університету ім. Т.Г. Шевченка. Один з кращих студентів, Ленінський стипендіат, математик з кваліфікацією «математична статистика» у січні 1965 року вступив до аспірантури при кафедрі теорії ймовірностей. Науковий керівник Г.Л. Кулініча А.В. Скороход поставив задачу перед молодим аспірантом і майже забув про нього. Яким же було його здивування, коли через деякий час Григорій Логвинович показав науковому керівникові самостійно розв'язану задачу, яка стала підґрунтям створення нового наукового напрямку. У вересні 1966 року Г.Л. Кулініч був переведений у заочну аспірантуру в зв'язку з переходом на посаду асистента кафедри математичного аналізу механіко-математичного факультету. Під керівництвом А.В. Скорохода в 1968 році Г.Л. Кулініч захистив кандидатську дисертацію «Про граничну поведінку розподілу розв'язку стохастичних диференціальних рівнянь».

Кулініч Г.Л. вперше у вітчизняній і зарубіжній літературі розпочав (Український математичний журнал, № 3, 1967 р.) систематичне дослідження поведінки нестійких розв'язків стохастичних диференціальних рівнянь (СДР). Через існування просторових

усереднень коефіцієнтів рівняння він отримав необхідні та достатні умови слабкої збіжності у рівномірній топології нормованого розв'язку до вінерівського процесу, до узагальненого процесу дифузійного типу, достатні умови слабкої збіжності у рівномірній топології до бесселівського процесу, дифузійного процесу та споріднених з ним інших марківських процесів.

Подальші наукові доробки Григорія Логвиновича втілилися у докторській дисертації на тему «Асимптотичні задачі стохастичних диференціальних рівнянь», яку він захистив у 1981 році без навчання в докторантурі.

З жовтня 1966 року Григорій Логвинович працював на механіко-математичному факультеті Київського державного університету ім. Т.Г. Шевченка на посаді асистента кафедри математичного аналізу, а далі з 1968 року – на посаді старшого викладача кафедри математичного аналізу, з листопада 1970 року – на посаді доцента кафедри теорії ймовірностей. З жовтня 1981 року і упродовж майже 22 років Г.Л. Кулініч був завідувачем кафедри загальної математики, з 2003 до 2019 року працював на посаді професора кафедри загальної математики.

З його ініціативи з 1989 року при кафедрі загальної математики механіко-математичного факультету була відкрита нова спеціалізація – математичне моделювання. Ним було розроблено кілька цікавих і змістовних спеціальних курсів для студентів механіко-математичного факультету, серед яких: «Математичні моделі випадкових величин та процесів», «Асимптотичний аналіз нестійких стохастичних систем», «Інваріантні множини стохастичних диференціальних рівнянь», «Якісний аналіз стохастичних коливних систем», «Моделювання випадкових величин і процесів», «Стохастичні диференціальні рівняння», «Коливні стохастичні системи».

Педагогічна і організаторська діяльність Г.Л. Кулініча плідно поєднувалася з математичним талантом вченого. Г.Л. Кулініч був відомим у всьому світі фахівцем у галузі випадкових процесів та їх застосувань. Завдяки його фундаментальним працям створено два нові перспективні наукові напрямки цієї теорії: асимптотична теорія СДР при вельми нерегулярній поведінці коефіцієнтів; теорія інваріан-

тних множин СДР. Він є фундатором методу просторового усереднення коефіцієнтів СДР і детермінованого методу стабілізації нестійких стохастичних систем. При дослідженні впливу швидкозмінного коефіцієнта переносу СДР на структуру граничного процесу ним було показано, що лише за рахунок коефіцієнта переносу в границі виникають узагальнені процеси дифузійного типу.

Г.Л. Кулініч є автором понад 160 наукових публікацій, монографії «Asymptotic Analysis of Unstable Solutions of Stochastic Differential Equations», яка була надрукована у видавництві Springer, двох монографій університетського видавництва: «Асимптотичний аналіз нестійких розв'язків одновимірних стохастичних диференціальних рівнянь Іто» та «Інваріантні множини стохастичних диференціальних рівнянь Іто». Також він був співавтором та редактором двох учбових посібників з грифом

Міністерства освіти України та підручника у двох книгах з «Вищої математики» для студентів природничих факультетів університетів і вищих технічних навчальних закладів, та більш як десяти навчально-методичних праць.

Під керівництвом Г.Л. Кулініча захищено 18 кандидатських дисертацій. Серед його учнів – кандидатів фізико-математичних наук – є громадяни України, Естонії, Казахстану, Туркменістану, Гвінеї, В'єтнаму. Частина його учнів працюють на викладацьких посадах механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Доценти О.Д. Борисенко, О.В. Ільченко, М.В. Грисенко, О.В. Перегуда, С.В. Кушніренко і зараз продовжують науково-педагогічну діяльність на механіко-математичному факультеті, А.В. Єршов працював викладачем на кафедрі загальної математики впродовж 18 років.



Співробітники кафедри загальної математики, 2003 рік.
Верхній ряд: Рижов А.Ю., Єршов А.В., Ільченко О.В., Мосеєнков Ю.Б., Тищенко С.В.,
Кушніренко С.В., Куровська С.В., Данілов В.Я., Грисенко М.В., Перегуда О.В.;
нижній ряд: Плахотник В.В., Таран Є.Ю., Кулініч Г.Л., Васильченко І.П., Гординський Л.Д., Карпінська Н.Д.

Про наукові і педагогічні досягнення Григорія Логвиновича Кулініча говорять його численні звання, нагороди, почесні грамоти, подяки та медалі. У 1983 році йому було присвоєно вчене звання професора кафедри загальної математики, у 1994 році він отримав звання кращого викладача року Київського національного університету імені Тараса Шевченка, у 1999 році його нагороджено знаком «Відмінник освіти України», у 2006 році він був обраний академіком Академії наук вищої школи України, у 2009 році удостоєний звання «Заслужений професор Київського національного університету імені Тараса Шевченка».

Григорій Логвинович був видатним вченим і педагогом, а також він все життя залишався прекрасною людиною. Йому були при-

таманні такі риси характеру як людяність, щирість, чуйність і доброзичливість. Він був надійним товаришем і другом, завжди готовим допомогти і підтримати. Вмів раціонально планувати свій час – ніколи не поспішав і завжди встигав. Мав тонке почуття гумору, часто влучно міг пожартувати, по-доброму і без образи. Ніколи не соромився того, що він був вихідцем з села, істинно любив природу, був натхненним рибалкою і грибником. Поважав інтелектуальні ігри, шахова партія була для нього хорошим відпочинком. Щиро любив свій народ і свою землю, був справжнім патріотом України.

Григорій Логвинович і зараз ніби живий постає перед нами і пам'ять про нього залишиться з нами назавжди.



Співробітники кафедри загальної математики, 2019 рік.
Верхній ряд: Перегуда О.В., Данілов В.Я., Сірик О.І., Грисенко М.В., Кушніренко С.В., Рижов А.Ю., Ільченко О.В.;
нижній ряд: Вижва З.О., Станжицький О.М., Кулініч Г.Л., Куровська С.В.

Учні Григорія Логвиновича Кулініча та назви захищених дисертацій

- Кандидати фізико-математичних наук

1. **Росс Е.Б.** (1977) “Граничні теореми для розв’язків стохастичних диференціальних рівнянь із випадковими коефіцієнтами”
2. **Бабчук В.Г.** (1979) “Інваріантні множини системи лінійних стохастичних дифузійних рівнянь”
3. **Ле Тхиен Хионг** (1979) “Про лінійне стохастичне диференціальне рівняння з частинними похідними і кратними стохастичними інтегралами”
4. **Борисенко О.Д.** (1980) “Асимптотична поведінка розв’язку задачі Коші для параболічного рівняння при нерегулярній залежності коефіцієнтів від параметра”
5. **Тонких Л.С.** (1983) “Про граничну поведінку розв’язків систем стохастичних диференціальних рівнянь без післядії”
6. **Петров І.Б.** (1984) “Про граничну поведінку нестійких розв’язків стохастичних дифузійних рівнянь”
7. **Діало Мамаду Альфа** (1985) “Асимптотична поведінка нестійких розв’язків стохастичних диференціальних рівнянь із випадковим коефіцієнтом переносу”
8. **Дивніч М.Т.** (1987) “Гранична поведінка розв’язку задачі Коші для диференціальних рівнянь другого порядку з випадковою правою частиною”
9. **Алмазов Мурад** (1988) “Асимптотична поведінка одновимірних стохастичних диференціальних рівнянь при нерегулярній залежності коефіцієнта переносу від параметра”
10. **Ільченко О.В.** (1988) “Стійкість деяких класів систем стохастичних диференціальних рівнянь”
11. **Харкова М.В.** (1990) “Асимптотична поведінка розв’язків систем стохастичних диференціальних рівнянь при нерегулярній залежності від параметра”
12. **Минбаєва Манат Узакбаєвна** (1992) “Про просторове усереднення швидкозмінних коефіцієнтів у параболічних рівняннях”
13. **Денісова І.Ю.** (1992) “Про граничну поведінку розв’язків нелінійних стохастичних диференціальних рівнянь”
14. **Минбаєва Гульшат Узакбаєвна** (1994) “Про граничну поведінку розв’язків стохастичних диференціальних рівнянь на півосі”
15. **Каськун Є.П.** (1999) “Асимптотична поведінка нестійких розв’язків стохастичних диференціальних рівнянь”
16. **Перегуда О.В.** (2001) “Якісний аналіз стохастичних диференціальних рівнянь”
17. **Кушніренко С.В.** (2005) “Інваріантні множини стохастичних диференціальних рівнянь із стрибками”
18. **Єршов А.В.** (2012) “Граничні теореми для випадкових ламаних”



Наші спогади про Григорія Логвиновича хочеться завершити може не дуже досконалими, але щирими словами подяки.

Нашому Вчителю

Твоє життя уже позаду,
Згадаєм як його прожив...
Думкам не просто дати раду,
Ти математику любив.
Не знав спокою в вік буремний,
Вітчизні славу Ти вершив,
Трудився трепетно і ревно,
Ти математику любив.

Учився сам без перестанку,
Когорту учнів народив,
Робив і вечором і зранку –
Ти математику любив.
Учителю, Ти універу
Всесвітню славу заробив,
Відкрив в науці нові двері,
Ти математику любив.
Ми щиро всі Тебе шануєм,
Ти очі нам усім відкрив,
Про успіхи Тобі звітуєм,
Ти математику любив!

Монографії, підручники і навчальні посібники:

1. Kulinich G., Kushnirenko S., Mishura Yu. Asymptotic Analysis of Unstable Solutions of Stochastic Differential Equations. Bocconi and Springer Series, Mathematics, Statistics, Finance and Economics, Vol.9, 2020. – 248 p.
2. Кулініч Г.Л. Асимптотичний аналіз нестійких розв'язків одновимірних стохастичних диференціальних рівнянь: навч. посібник / Г.Л. Кулініч; М-во освіти і науки України, Київ. нац. ун-т ім. Тараса Шевченка. – 2-ге вид., перероб. і допов. – Київ: Київський університет, 2015. – 125 с.

3. Кулініч Г.Л. Асимптотичний аналіз нестійких розв'язків одновимірних стохастичних диференціальних рівнянь / Г.Л. Кулініч; КНУТШ; Механіко-математичний факультет. – Київ: Київський університет, 2003. – 55 с.
4. Вища математика: Підручник для студ. природ. спец. ун-тів і вищ. техн. навч. закладів / За ред.: Г.Л. Кулініча; Авт.: Г.Й. Призва, В.В. Плахотник, Л.Д. Гординський, І.В. Васильченко, В.М. Шовкопляс. – 2-ге вид., перероб. і доп. – Київ: Либідь. – Кн. 1: Основні розділи. – 2003. – 400 с.
5. Вища математика: Підручник для студ. природ. спец. ун-тів і вищ. техн. навч. закладів / За ред. Г.Л. Кулініча; Авт.: Г.Л. Кулініч, Є.Ю. Таран, В.М. Бурим, Л.Д. Гординський, М.В. Грисенко, В.Я. Данилов. – 2-ге вид., перероб. і доп. – Київ: Либідь. – Кн. 2: Спеціальні розділи. – 2003. – 368 с.
6. Кулініч Г.Л. Інваріантні множини стохастичних диференціальних рівнянь Іто: Навчальний посібник / Г.Л. Кулініч, О.В. Перегуда; – Київ: Київський університет, 2002. – 91 с.
7. Конспект лекцій з курсу “Вища математика”. Тема: Границі послідовностей і функцій: для студ. природничих факультетів / Г.Л. Кулініч, С.В. Тищенко, Г.Й. Призва та ін. – Київ: Київський університет, 2000. – 63 с.
8. Конспект лекцій з курсу “Вища математика”. Розділ: Невизначений інтеграл: для студ. природничих факультетів / Г.Л. Кулініч, С.В. Тищенко, Г.Й. Призва, В.М. Шовкопляс – Київ: Київський університет, 1998. – 35 с.
9. Конспект лекцій з вищої математики. Тема: Елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії: для студентів біологічного факультету / Кулініч Г.Л., Тищенко С.В., Ільченко О.В., Шовкопляс В.М. – Київ: Київський університет, 1997. – 39 с.
10. Конспект лекцій з вищої математики. Тема: Аналітична геометрія на площині: для студентів біологічного факультету / Кулініч Г.Л., Тищенко С.В., Ільченко О.В., Шовкопляс В.М. – Київ: Київський університет, 1996. – 37 с.
11. Вища математика: У двох книгах: Підручник / За ред. Г.Л. Кулініча; авт.: Кулініч Г.Л., Таран Є.Ю., Бурим В.М. та ін. – Київ: Либідь. – Кн. 2: Спеціальні розділи. – 1996. – 336 с.
12. Вища математика: У двох книгах: Підручник / За ред. Г.Л. Кулініча. – Київ: Либідь. – Кн. 1: Основні розділи. – 1995. – 372 с.
13. Вища математика: основні означення, приклади і задачі: у 2-х книгах / За ред. Г.Л. Кулініча. – 2-е вид., зі змінами. – Київ: Либідь. – Кн. 1, 1994. – 312 с.
14. Аналітична геометрія на площині в прикладах і задачах: текст лекцій для студентів мех.-мат. ф-ту / Кулініч Г.Л., Тищенко С.В., Харкова М.В. – Київ: Київський університет, 1994. – 44 с.
15. Методичні вказівки до практичних занять з курсу “Вища математика з елементами математичної статистики”. Розділ: Теорія ймовірностей та математична статистика / Кулініч Г.Л., Бурим В.М., Данилов В.Я., Харкова М.В. – Київ: Київський університет, 1993. – 38 с.
16. Невизначений інтеграл: текст лекцій / Кулініч Г.Л., Призва Г.Й., Шовкопляс В.М. – Київ: Київський університет, 1992. – 33 с.
17. Вища математика: основні означення, приклади і задачі: у 2-х частинах / За ред. Г.Л. Кулініча. – Київ: Либідь. – Ч. 1., 1992. – 288 с.

Основні наукові роботи Г.Л. Кулініча:

1. Kulinich, G. L.: Limit distributions of a solution of a stochastic diffusion equation. Theory Probab. Appl., **13**, 478–482 (1968)
2. Kulinich, G. L.: Limit behavior of the distribution of the solution of a stochastic diffusion equation. Ukr. Math. J. **19**, 231–235 (1968)
3. Kulinich, G. L.: Asymptotic normality of the distribution of the solution of a stochastic diffusion equation. Ukr. Math. J. **20**, No. 3, 396–400 (1968)
4. Kulinich, G. L.: Limit theorem for the solution distribution of a stochastic differential equation. Dopov. Akad. Nauk Ukr. RSR, Ser. A, **1969**, 118–121 (1969)
5. Kulinich, G. L.: The asymptotic behavior of the solution of a first order differential equation with a random right-hand side. Theory Probab. Math. Stat., **1**, 128–140 (1970)
6. Kulinich, G. L.: On the asymptotic behavior of the distribution of the solution of a nonhomogeneous stochastic diffusion equation. Theory Probab. Math. Stat., **4**, 95–102 (1971)
7. Kulinich, G. L.: Asymptotic behavior of the unstable solution of a stochastic homogeneous diffusion equation. Theory Probab. Math. Stat., **5**, 81–87 (1971)
8. Kulinich, G. L.: A limit theorem on the distribution of the solution of a stochastic differential equation. Selected Transl. Math. Stat. Probab., **10**, 54–58 (1972)
9. Kulinich, G. L.: The limit behavior of the solution of a system of stochastic differential equations without aftereffect. Theory Probab. Math. Stat., **7**, 85–96 (1972)
10. Kulinich, G. L.: Certain limit theorem for stochastic differential equations that depend on a parameter. Theory Probab. Math. Stat., **9**, 119–130 (1973)
11. Kulinich, G. L.: Limit distributions for functionals of integral type of unstable diffusion processes. Theory Probab. Math. Stat., **11**, 81–85 (1974)
12. Kulinich, G. L.: On existence and uniqueness of a solution of a stochastic differential equation with martingale differential. Theory Probab. Appl., **19**, 168–171 (1974)
13. Kulinich, G. L.: On the asymptotic behavior of the distributions of functionals of type $\int_0^t g(\xi(s)) ds$ of diffusion processes. Theory Probab. Math. Stat., **8**, 95–101 (1975)
14. Kulinich, G. L.: Certain limit theorems for a sequence of Markov chains. Theory Probab. Math. Stat., **12**, 77–89 (1975)
15. Kulinich, G. L.: On the estimation of the drift parameter of a stochastic diffusion equation. Theory Probab. Appl., **20**, 384–387 (1975)
16. Kulinich, G. L.: On the asymptotic behavior of the distribution of the solution of a nonhomogeneous stochastic diffusion equation. Theory Probab. Math. Stat., **14**, 87–94 (1976)
17. Kulinič, G. L.: The asymptotic behavior of the unstable solution of the one-dimensional stochastic diffusion equation. Theory Probab. Math. Stat., **15**, 83–89 (1976)
18. Koval'chuk, O. P., Kulinich, G. L.: On the asymptotic behaviour of distributions for functionals on the argument of the solution of two-dimensional system of linear stochastic diffusion equations. Dopov. Akad. Nauk Ukr. RSR, Ser. A, **1977**, 689–693 (1977)

19. Kulinich, G. L.: On the limit behaviour of solutions of stochastic differential equations of diffusion type with random coefficients. *Limit Theor. for Random Process.*, Akad. Nauk Ukr. SSR, Inst. Mat., 137–151 (1977)
20. Kulinich, G. L.: On the limit behavior of functionals of the type $\int_0^t g(s, \xi(s))ds$ of diffusion processes. *Theory Probab. Math. Stat.*, **14**, 79–83 (1977)
21. Kulinich, G. L.: Limit theorems for one-dimensional stochastic differential equations with nonregular dependence of the coefficients on a parameter. *Theory Probab. Math. Stat.*, **15**, 101–115 (1978)
22. Kulinich, G. L.: On the asymptotic behavior of the solution of the one-dimensional stochastic diffusion equation. *Stochastic differential systems, Proc. IFIP-WG 7/1 Work. Conf.*, Vilnius/Lith. 1978, *Lect. Notes Control Inf. Sci.* **25**, 334–343 (1980)
23. Kulinich, G. L., Le Thieng Huong: On the construction and limit behavior of a multiple stochastic integral of a diffusion process. *Theory Probab. Appl.*, **25**, 597–604 (1981)
24. Kulinich, G. L.: Convergence of the solution of a one-dimensional stochastic diffusion equation to Bessel's diffusion process. *Analytical methods of investigation in probability theory*, Collect. Sci. Works, Kiev, 106–113 (1981)
25. Kulinich, G. L.: On necessary and sufficient conditions for convergence of solutions to one-dimensional stochastic diffusion equations with a non-regular dependence of the coefficients on a parameter. *Theory Probab. Appl.*, **27**, No. 4, 856–862 (1983)
26. Kulinich, G. L.: Limit behaviour of solutions of stochastic diffusion equations when the convergence of the coefficients is non-regular. *Probability theory and mathematical statistics, Proc. 4th USSR - Jap. Symp.*, Tbilisi/USSR 1982, *Lect. Notes Math.* 1021, 352–354 (1983)
27. Kulinich, G. L.: Limit behavior of a random harmonic oscillator. *Visn. Kyiv. Univ., Mat. Mekh.*, **25**, 128–138 (1983)
28. Kulinich, G. L., Petrov, I. B.: On the limit behavior of the absolute value of some of the components of a system of Itô stochastic diffusion equations. *Theory Probab. Math. Stat.*, **28**, 79–87 (1984)
29. Kulinich, G. L.: On the law of the iterated logarithm for one-dimensional diffusion processes. *Theory Probab. Appl.*, **29**, 563–566 (1985)
30. Divnich, N. T., Kulinich, G. L.: On limit behaviour of the solution of the Cauchy problem for parabolic equations with random right side. *Theory Stoch. Process.*, **13**, 25–28 (1985)
31. Almazov, M., Kulinich, G. L.: Asymptotic behaviour of an unstable solution of the non-homogeneous stochastic diffusion equation. *Theory Stoch. Process.*, **15**, 3–10 (1987)
32. Almazov, M., Kulinich, G. L.: Limit theorems for one-dimensional nonhomogeneous stochastic diffusion equations under irregular dependence of the coefficients on a parameter. *Ukr. Math. J.*, **42**, No. 4, 383–390 (1990)
33. Kulinich, G. L., Kharkova, M. V.: On asymptotic behaviour of solutions of systems of stochastic diffusion equations in case of irregular dependence of coefficients on a parameter. *Dokl. Akad. Nauk Ukr. SSR, Ser. A*, No. 6, 19–22 (1990)
34. Almazov, M., Kulinich, G. L.: On the asymptotic behavior of an unstable solution of an inhomogeneous stochastic diffusion equation. *J. Sov. Math.*, **53**, No. 4, 345–352 (1991)
35. Kulinich, G. L., Mynbaeva, M. U.: On space averaging of parabolic equations. *Ukr. Math. J.*, **44**, No. 4, 561–564 (1992)

36. Kulinich, G. L., Denisova, J. Yu.: Behaviour of a solution of a system of stochastic differential equations. *Random Oper. Stoch. Equ.*, **1**, No. 1, 23–28 (1993)
37. Kulinich, G. L., Kharkova, M. V.: Limit theorems for stochastic differential equations without after-effect. *Theory Probab. Appl.*, **40**, No.3, 523–541 (1993)
38. Kulinich, G. L., Munbayeva, M. U.: Limit behavior of Cauchy problem solution of parabolic equation. *Random Oper. Stoch. Equ.*, **2**, No.3, 225–234 (1994)
39. Kulinich, G.: On necessary and sufficient conditions for convergence of homogeneous additive functionals of diffusion processes. *New trends in probability and mathematical statistics. Proceedings of the second Ukrainian-Hungarian conference, Mukachevo, Ukraine, September 25–October 1, 1992.* Kiev: TViMS, 381–390 (1995)
40. Kulinich, G. L.: On the limiting behavior of a harmonic oscillator with random external disturbance. *J. Appl. Math. Stochastic Anal.*, **8**, No. 3, 265–274 (1995)
41. Kulinich, G. L.: Qualitative analysis of the influence of random perturbations on the phase velocity of the harmonic oscillator. *Random Oper. Stoch. Equ.*, **3**, No. 2, 141–152 (1995)
42. Kulinich, G. L., Kas'kun, E. P.: On the asymptotic behavior of solutions of a certain class of one-dimensional Itô stochastic differential equations. *Theory Probab. Math. Stat.*, **56**, 96–104 (1997)
43. Kulinich, G. L.: On invariant sets of the second-order systems of stochastic Itô's equations. *Dopov. Akad. Nauk Ukr.*, No. 10, 35–39 (1997)
44. Kulinich, G. L.: Qualitative analysis of the influence of random perturbations of “white noise” type applied along the vector of phase velocity on a harmonic oscillator with friction. *Ukr. Math. J.*, **49**, No. 1, 36–47 (1997)
45. Kulinich, G. L., Kaskun, E. P.: On the asymptotic behavior of solutions of one-dimensional Ito's stochastic differential equations with singularity points. *Theory Stoch. Process.*, **4**(20), No. 1-2, 189–197 (1998)
46. Kulinich, G. L.: Qualitative analysis of the behavior of a harmonic oscillator under the action of white or shot noises. *Theory Probab. Math. Stat.*, **58**, 81–91 (1998)
47. Kulinich, G. L., Kushnirenko, S. V.: On the stabilization of the energy of a harmonic oscillator disturbed by random processes of the “white and shot noises” types. *J. Appl. Math. Stochastic Anal.*, **13**, No. 1, 25–31 (2000)
48. Kulinich, G. L., Pereguda, O. V.: Qualitative analysis of systems of Itô stochastic differential equations. *Ukr. Math. J.*, **52**, No. 9, 1251–1256 (2000)
49. Kulinich, G. L., Almazov, M.: On convergence of solutions of stochastic diffusion equations with unlimited increasing drift coefficients on finite segments. *Kyiv: Institute of Mathematics of NAS of Ukraine, Skorokhod's ideas in probability theory*, 241–247 (2000)
50. Kulinich, G. L., Bernatskaya, Yu. V.: On the phase portrait of a harmonic oscillator with friction perturbed by a random process of white noise type. *Math. Notes*, **68**, No.6, 730–736 (2000)
51. Kulinich, G. L., Kushnirenko, S. V.: Invariant sets for systems of stochastic differential equations without aftereffect. *Theory Probab. Math. Stat.*, **63**, 112–118 (2000)
52. Kulinich, G. L., Bernats'ka, Yu. V.: On stabilization of energy of a conservative system perturbed by a random “white noise” type process in the Itô form. *Ukr. Math. J.*, **53**, No. 10, 1429–1435 (2001)

53. Kulinich, G. L., Kushnirenko, S. V.: On the stabilization of a solution of the Cauchy problem for a class of integro-differential equations. *Ukr. Math. J.*, **56**, No. 12, 1699–1706 (2004)
54. Kulinich, G. L., Kushnirenko, S. V.: Invariant sets of systems of stochastic differential equations with jumps. *Nonlinear Oscillations*, **8**, No. 2, 234–240 (2005)
55. Kulinich, H. L., Ershov, A. V.: On stability of sets for sequences of random polygonal lines. *Nonlinear Oscillations*, **9**, No. 3, 346–357 (2006)
56. Kulinich, G. L., Kushnirenko, S. V.: The first integrals for systems of stochastic differential equations with jumps. *Theory Probab. Math. Stat.*, **76**, 84–91 (2007)
57. Kulinich, G. L., Yershov, A. V.: Convergence of a sequence of Markov chains to a diffusion type process. *Theory Probab. Math. Stat.*, **78**, 103–118 (2008)
58. Kulinich, H. L., Kurovs'kyi, D. Yu., Petrusenko, D. V.: Asymptotic analysis of the mathematical expectation of the total energy of a harmonic oscillator under random pulse perturbation. *Nonlinear Oscillations*, **12**, No. 3, 305–313 (2009)
59. Korolyuk, V. S., Zakuzlyo, O. K., Gorodnij, M. F., Kartashov, M. V., Kozachenko, Yu. V., Kulinich, G. L., Mishura, Yu. S., Moklyachuk, M. P., Radchenko, V. M., Vyshens'kyj, V. A.: Anatolij Volodymyrovych Skorokhod (10.09.1930–03.01.2011). *Visn., Mat. Mekh., Kyïv. Univ. Im. Tarasa Shevchenka*, No. 26, 62–63 (2011)
60. Kulinich, G. L., Kushnirenko, S. V.: Strong uniqueness of solutions of stochastic differential equations with jumps and non-Lipschitz random coefficients. *Modern Stochastics: Theory and Appl.* **1**, No. 1, 65–72 (2014)
61. Kulinich, G. L., Kushnirenko, S. V., Mishura, Y. S.: Asymptotic behavior of the integral functionals for unstable solutions of one-dimensional Ito stochastic differential equations. *Theory Probab. Math. Stat.* **89**, 101–114 (2014)
62. Kulinich, G. L., Kushnirenko, S. V., Mishura, Y. S.: Asymptotic behavior of the martingale type integral functionals for unstable solutions to stochastic differential equations. *Theory Probab. Math. Stat.* **90**, 115–126 (2015)
63. Kulinich, G. L., Kushnirenko, S. V., Mishura, Y. S.: Limit behavior of functionals of diffusion type processes. *Theor. Probab. Math. Stat.*, **92**, 93–107 (2016)
64. Kulinich, G. L., Kushnirenko, S. V., Mishura, Y. S.: Asymptotic behavior of homogeneous additive functionals of the solutions of Ito stochastic differential equations with nonregular dependence on parameter. *Modern Stoch., Theory Appl.*, **3**, No. 2, 191–208 (2016)
65. Kulinich, G., Kushnirenko, S.: Asymptotic behavior of functionals of the solutions to inhomogeneous Itô stochastic differential equations with nonregular dependence on parameter. *Modern Stoch., Theory Appl.*, **4**, No. 3, 199–217 (2017)
66. Kulinich, G. L., Kushnirenko, S. V., Mishura, Yu. S.: Weak convergence of integral functionals constructed from solutions of Itô's stochastic differential equations with non-regular dependence on a parameter. *Theory Probab. Math. Stat.*, **96**, 111–125 (2018)
67. Kulinich, G. L., Zimin, O. I.: About asymptotic behaviour of the mathematical expectation of the total energy of the harmonic oscillator with random perturbation. *Visn., Ser. Fiz.-Mat. Nauky, Kyïv. Univ. Im. Tarasa Shevchenka*, No. 3, 47–52 (2018)

УДК 519.21

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2022/3.2>

Ю.С. Мішура¹, д.ф.-м.н., проф.
С.В. Кушніренко², к.ф.-м.н., доцент
Л.В. Волох³, к.ф.-м.н., доцент

Інваріантні поверхні для певних класів систем другого порядку стохастичних диференціальних рівнянь зі стрибками

¹Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 01601, Київ, вул. Володимирська, 64/13,
e-mail: yuliyamishura@knu.ua

²Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 01601, Київ, вул. Володимирська, 64/13,
e-mail: bkst@univ.kiev.ua

³Київський національний університет технологій та дизайну, 01011, Київ, вул. Немировича-Данченка, 2,
e-mail: voloh.lv@kntud.edu.ua

Yu.S. Mishura¹, Dr of Sci., Prof.
S.V. Kushnirenko², Ph.D., Associate Prof.
L.V. Voloh³, Ph.D., Associate Prof.

Invariant surfaces for certain classes of systems of the second-order to stochastic differential equations with jumps

¹Taras Shevchenko National University of Kyiv, 01601, Kyiv, 64/13, Volodymyrska st.,
e-mail: yuliyamishura@knu.ua

²Taras Shevchenko National University of Kyiv, 01601, Kyiv, 64/13, Volodymyrska st.,
e-mail: bkst@univ.kiev.ua

³Kyiv National University of Technologies and Design, 01011, Kyiv, 2, Nemyrovycha-Danchenko st.,
e-mail: voloh.lv@kntud.edu.ua

У статті розглядається поняття інваріантних множин неоднорідних стохастичних диференціальних рівнянь зі стрибками. Для певних класів систем другого порядку неоднорідних стохастичних диференціальних рівнянь зі стрибками знайдено необхідні і достатні умови інваріантності відповідних поверхонь. Отримані результати дозволяють знаходити інваріантні поверхні та умови їх інваріантності для вказаних класів стохастичних диференціальних рівнянь.

Ключові слова: стохастичні диференціальні рівняння зі стрибками, інваріантні поверхні.

In this paper, we consider the concept of invariant sets of inhomogeneous stochastic differential equations with jumps. For certain classes of systems of the second order of inhomogeneous stochastic differential equations with jumps the necessary and sufficient conditions for the invariance of the corresponding surfaces are established. The obtained results provide opportunities to find the invariant surfaces and conditions of their invariance for the specified classes of stochastic differential equations.

Key Words: stochastic differential equations with jumps, invariant surfaces.

Присвячуємо цю роботу світлій пам'яті професора кафедри загальної математики механіко-математичного факультету Г.Л. Кулініча (09.12.1938 – 10.02.2022)

1 Вступ

Ця стаття продовжує дослідження з теорії інваріантних множин стохастичних диференціальних рівнянь (СДР), яку започаткував у семидесятих роках минулого століття Григорій Логвинович Кулініч [1] та розвивав разом зі своїми учнями. Він вперше встановив, що розв'язок СДР Іто може з ймовірністю 1 «ди-

фундувати» вздовж гладкої кривої фазового простору. Для СДР ним було введено поняття локальної інваріантності множин вигляду $G(x) = C$, де $G(x)$ — двічі неперервно диференційовна функція в області D , C — певна стала. Г.Л. Кулініч знайшов необхідні і достатні умови локальної інваріантності таких множин, а також явний вигляд усіх можливих локально інваріантних кривих для лінійних СДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами, описав класи нелінійних СДР, для яких ці криві будуть локально інваріантними. Також ним було розроблено методи дослідження поведінки розв'язків на інваріантних множинах. Г.Л. Кулініч започаткував аналогічну теорію і для СДР зі стриб-

ками.

У цій статті загальні результати про інваріантність множин для систем неоднорідних СДР зі стрибками адаптовані для певних класів систем другого порядку таких рівнянь. Локально інваріантні множини для розглядуваних класів СДР пов'язані з фазовими траєкторіями систем звичайних диференціальних рівнянь. З необхідних умов локальної інваріантності випливає, що локально інваріантні множини систем СДР містяться серед локально фазових траєкторій відповідних детермінованих систем. Знайдені необхідні і достатні умови локальної інваріантності дозволяють знаходити інваріантні поверхні та умови їх інваріантності для вказаних класів СДР.

Особливістю нашої роботи є те, що необхідні і достатні умови локальної інваріантності поверхонь для певних класів систем СДР другого порядку знайдено у випадку, коли міра стрибків центрованої пуассонівської міри є нескінченною. Аналогічні результати для систем СДР без післядії, тобто у випадку скінченної міри, представлені у роботі [2].

2 Необхідні відомості

У цьому розділі наведено необхідні означення та загальні результати про інваріантні множини, отримані для систем неоднорідних СДР зі стрибками в [4].

Розглянемо систему неоднорідних СДР вигляду

$$\begin{aligned} d\xi(t) = & a(t, \xi(t)) dt + \sum_{k=1}^n b_k(t, \xi(t)) dw_k(t) + \\ & + \int_{\Theta_1} c(t, \xi(t-), \theta) \tilde{\nu}(dt, d\theta) + \\ & + \int_{\Theta_2} c(t, \xi(t-), \theta) \nu(dt, d\theta), \end{aligned} \quad (2.1)$$

$\xi(t_0) = x_0$ ($t_0 \geq 0$, $x_0 = (x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})$), де
 $a(t, x) = (a_i(t, x), i = \overline{1, n})$,
 $b_k(t, x) = (b_{ik}(t, x), i = \overline{1, n})$,
 $c(t, x, \theta) = (c_i(t, x, \theta), i = \overline{1, n})$ –

дійсні вимірні не випадкові векторні функції, що визначені при $t \geq t_0$, $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$; $\theta \in \Theta$, $\Theta = \Theta_1 \cup \Theta_2$, $\Theta_1 \cap \Theta_2 = \emptyset$; $(\Theta, \mathcal{B}_\Theta)$ – вимірний простір; $w_k(t)$ – незалежні в сукупності одновимірні вінерівські процеси; $\nu([0, t], A)$

– пуассонівська міра, для якої $E\nu([0, t], A) = t\Pi(A)$, $A \in \mathcal{B}_\Theta$, $\tilde{\nu}(dt, d\theta) = \nu(dt, d\theta) - \Pi(d\theta)dt$, $\Pi(\Theta_1) = \infty$, $\int_{\Theta_1} |\theta|^2 \Pi(d\theta) < \infty$, $\Pi(\Theta_2) < \infty$; процеси $w_k(t)$ і міра $\nu([0, t], A)$ задані на ймовірнісному просторі $(\Omega, \mathfrak{F}, \mathbf{P})$, $\mathfrak{F}_t$ – вимірні при будь-якому $t \geq t_0$ і A , а також незалежні між собою, $\mathfrak{F}_t \subset \mathfrak{F}$ – неспадний потік σ -алгебр.

Припустимо, що для коефіцієнтів рівняння (2.1) виконуються умови (див. [3], стор. 518) існування єдиного неперервного справа сильно-го розв'язку $\xi(t) = (\xi_i(t), i = \overline{1, n})$ цього рівняння.

Будемо притримуватися таких позначень:

$$\nabla x \cdot = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial}{\partial x_n} \right);$$

$$\begin{aligned} (\nabla \cdot, b_k(x))^2 G(x) = & \sum_{i=1}^n G''_{x_i^2}(x) b_{ki}^2(x) + \\ & + \sum_{i,j=1, i \neq j}^n G''_{x_i x_j}(x) b_{ki}(x) b_{kj}(x); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} LG(t, x) = & G'_t(t, x) + (\nabla_x G(t, x), a(t, x) - \\ & - \int_{\Theta_1} c(t, x, \theta) \Pi(d\theta)) + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\nabla x \cdot, b_k(t, x))^2 G(t, x); \end{aligned}$$

$$\Delta_G(t, x, \theta) = G(t, x + c(t, x, \theta)) - G(t, x).$$

Розглянемо множину $Q = [0, \infty) \times D$, D – певна відкрита область із $\mathbb{R}^n$ така, що

$$\Pi\{\theta \in \Theta : (t, x + c(t, x, \theta)) \notin Q\} = 0 \quad (2.2)$$

для всіх $(t, x) \in Q$.

Нехай $(t_0, x_0) \in Q$ і позначимо через $\tau_Q(t_0, x_0)$ – момент першого виходу траєкторії розв'язку $\xi(t)$ із області Q , тобто

$$\tau_Q(t_0, x_0) = \inf\{t \geq t_0 : (t, \xi(t)) \notin Q\},$$

якщо множина тих $t \geq t_0$, для яких $(t, \xi(t)) \notin Q$, не порожня і нехай $\tau_Q(t_0, x_0) = \infty$ в іншому випадку.

Позначимо через $\Gamma_Q(G)$ множину

$$\Gamma = \{(t, x) : G(t, x) = C\} \subset Q,$$

де C – певна стала, функція $G(t, x)$ визначена в області Q , має неперервні в області Q похідні $G'_t, G'_{x_i}, G''_{x_i x_j}$, $i, j = \overline{1, n}$, поверхня $G(t, x) = C$ є простою у розумінні Жордана і інтеграли

$$\int_{\Theta} [\Delta_G(t, x, \theta)]^k \Pi(d\theta), \quad k = 1, 2 \quad (2.3)$$

неперервні за змінними (t, x) .

Означення 2.1. Множину $\Gamma_Q(G)$ будемо називати інваріантною в області Q множиною рівняння (2.1), якщо для всіх $(t_0, x_0) \in \Gamma_Q(G)$ і всіх $t \geq t_0$:

$$[G(t, \xi(t)) - C]\phi(t) = 0 \quad \text{з ймовірністю 1,}$$

де $C = G(t_0, x_0)$, $\phi(t) = 1$ при $t_0 \leq t < \tau_Q(t_0, x_0)$ і $\phi(t) = 0$ при $t \geq \tau_Q(t_0, x_0)$.

Теорема 2.1. Для локальної інваріантності множини $\Gamma_Q(G)$ рівняння (2.1) необхідно, щоб для всіх $(t, x) \in \Gamma_Q(G)$ мали місце рівності:

$$(\nabla_x G(t, x), b_k(t, x)) = 0, \quad k = \overline{1, n}; \quad (2.4)$$

$$LG(t, x) = 0; \quad (2.5)$$

$$\Pi\{\theta \in \Theta : \Delta_G(t, x, \theta) \neq 0\} = 0. \quad (2.6)$$

Теорема 2.2. (Необхідні і достатні умови локальної інваріантності множини $\Gamma_D(G)$). Для того, щоб множина $\Gamma_Q(G)$ була інваріантною в області Q множиною рівняння (2.1) при $C = G(t_0, x_0)$ для $(t_0, x_0) \in Q$ необхідно і достатньо, щоб рівності (2.4), (2.5) мали місце при всіх $(t, x) \in Q$,

$$\Pi\{\theta \in \Theta_1 : \Delta_G(t, x, \theta) \neq 0\} = 0$$

для всіх $(t, x) \in Q$,

$$\Pi\{\theta \in \Theta_2 : \Delta_G(t, x, \theta) \neq 0\} = 0$$

для всіх $(t, x) \in \Gamma_Q(G)$.

Зауваження 2.1. Оскільки похідні $G'_t, G'_{x_i}, G''_{x_i x_j}$ неперервні в області Q і в області Q виконується умова (2.3), то при $t_0 \leq t < \tau_Q(t_0, x_0)$ має місце узагальнена формула Іто

$$\begin{aligned} dG(t, \xi(t)) = & \left\{ LG(t, \xi(t)) + \int_{\Theta_1} \Delta_G(t, \xi(t), \theta) \Pi(d\theta) \right\} dt + \\ & + \sum_{k=1}^n (\nabla_x G(t, \xi(t)), b_k(t, \xi(t))) dw_k(t) + \\ & + \int_{\Theta_1} \Delta_G(t, \xi(t-), \theta) \tilde{\nu}(dt, d\theta) + \\ & + \int_{\Theta_2} \Delta_G(t, \xi(t-), \theta) \nu(dt, d\theta). \end{aligned} \quad (2.7)$$

3 Основні результати

Для системи (2.1) другого порядку з одним вінерівським процесом, тобто $n = 2$, $b_2(t, x) \equiv 0$, $b_1(t, x) = b(t, x)$,

$$d\xi(t) = a(t, \xi(t)) dt + b(t, \xi(t)) dw(t) +$$

$$+ \int_{\Theta_1} c(t, \xi(t-), \theta) \tilde{\nu}(dt, d\theta) + \quad (3.1)$$

$$+ \int_{\Theta_2} c(t, \xi(t-), \theta) \nu(dt, d\theta),$$

$$\xi(t_0) = x_0 \quad (t_0 \geq 0, x_0 = (x_{10}, x_{20})),$$

розглянемо такі класи рівнянь:

$$K_1 : b(t, x) = (g_1 x_1 + g_2 x_2, -g_2 x_1 + g_1 x_2),$$

$$c(t, x, \theta) = (\gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2, -\gamma_2 x_1 + \gamma_1 x_2),$$

$$D_1 = (|x| \neq 0), \quad \Pi\{\theta : (1 + \gamma_1)^2 + \gamma_2^2 = 0\} = 0,$$

$$G_1(r, \varphi) = re^{\alpha\varphi} \quad ((r, \varphi) - \text{полярні координати});$$

$$K_2 : b(t, x) = (g_1 x_1, g_2 x_2),$$

$$c(t, x, \theta) = (\gamma_1 x_1, \gamma_2 x_2),$$

$$D_2 = (x_1 > 0, x_2 > 0),$$

$$\Pi\{\theta : \gamma_i \leq -1\} = 0, \quad i = 1, 2,$$

$$G_2(x_1, x_2) = x_2 x_1^{-\alpha};$$

$$K_3 : b(t, x) = (g_1 x_1, g_2 x_1 + g_1 x_2),$$

$$c(t, x, \theta) = (\gamma_1 x_1, \gamma_2 x_1 + \gamma_1 x_2),$$

$$D_3 = (x_1 > 0), \quad \Pi\{\theta : \gamma_1 \leq -1\} = 0,$$

$$G_3(x_1, x_2) = x_2 x_1^{-1} - \alpha \ln x_1,$$

де $\alpha \in \mathbb{R}$, $g_i = g_i(t, x)$, $\gamma_i = \gamma_i(t, x, \theta)$ ($i = 1, 2$) – неперервні обмежені функції, $Q_i = [0, \infty) \times D_i$, $i = 1, 2, 3$.

Для вказаних класів систем другого порядку неоднорідних стохастичних диференціальних рівнянь із стрибками знайдено необхідні і достатні умови інваріантності відповідних поверхонь.

Теорема 3.1. Поверхні $\Gamma_{Q_i}(G_i)$ відповідно для де класів K_i , $i = 1, 2, 3$ інваріантні в області Q_i для всіх C ($G(t, x) = C = G(t_0, x_0)$) при всіх $(t_0, x_0) \in Q_i$ тоді і тільки тоді, коли для всіх $(t, x) \in Q_i$ відповідно для $i = 1, 2, 3$ виконуються умови:

1. Для K_1 :

- 1) $g_1 = \alpha g_2$;
- 2) $a_1(t, x) + \alpha r a_2(t, x) =$
 $= \frac{\alpha^2}{2} r g_2^2 - r \int_{\Theta_1} \left(\sqrt{(1 + \gamma_1)^2 + \gamma_2^2} - \right.$
 $\left. - 1 - \ln \sqrt{(1 + \gamma_1)^2 + \gamma_2^2} \right) \Pi(d\theta)$;
- 3) $\ln[(1 + \gamma_1)^2 + \gamma_2^2] =$
 $= -2\alpha \left[\pi \mathbf{1}_{\{1+\gamma_1 < 0\}} - \frac{\pi}{2} \text{sign} \gamma_2 \mathbf{1}_{\{1+\gamma_1=0\}} \right.$
 $\left. - \arctg \frac{\gamma_2}{1+\gamma_1} \mathbf{1}_{\{1+\gamma_1 \neq 0\}} \right]$ за мірою $\Pi(d\theta)$.

2. Для K_2 :

- 1) $g_2 = \alpha g_1$;
- 2) $x_1 a_2(t, x) - \alpha x_2 a_1(t, x) = x_1 x_2 \left[\frac{\alpha(\alpha-1)}{2} g_1^2 + \right.$
 $\left. + \int_{\Theta_1} (\gamma_2 - \alpha \gamma_1) \Pi(d\theta) \right]$;
- 3) $\gamma_2 = (1 + \gamma_1)^\alpha - 1$ за мірою $\Pi(d\theta)$.

3. Для K_3 :

- 1) $g_2 = \alpha g_1$;
- 2) $-(x_2 + \alpha x_1) a_1(t, x) + x_1 a_2(t, x) =$
 $= x_1^2 \left[\frac{\alpha}{2} g_1^2 + \int_{\Theta_1} (\gamma_2 - \alpha \gamma_1) \Pi(d\theta) \right]$;
- 3) $\gamma_2 = \alpha[1 + \gamma_1] \ln[1 + \gamma_1]$ за мірою $\Pi(d\theta)$.

4 Доведення основних результатів

Доведення. Для класу K_1 використаємо рівняння для процесу $(|\xi(t)|, \varphi(t))$, де

$$\xi_1(t) = |\xi(t)| \cos \varphi(t), \quad \xi_2(t) = |\xi(t)| \sin \varphi(t).$$

Для системи (3.1) у випадку $c(t, x, \theta) = 0$ при $\theta \in \Theta_1$, $\Theta_2 = \mathbb{R}$ при $0 < t < \tau = \inf\{t : |\xi(t)| = 0\}$ (див. [?]) мають місце рівняння:

$$\begin{cases} dr(t) = \tilde{a}_1 dt + \tilde{b}_1 dw(t) + \int_{\mathbb{R}} \tilde{c}_1 \nu(dt, d\theta), \\ d\varphi(t) = \tilde{a}_2 dt + \tilde{b}_2 dw(t) + \int_{\mathbb{R}} \tilde{c}_2 \nu(dt, d\theta), \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \tilde{a}_1 &= (a, \lambda) + \frac{1}{2r(t)}(b, \lambda^\perp)^2, \quad \tilde{b}_1 = (b, \lambda), \\ \tilde{a}_2 &= \frac{(a, \lambda^\perp)}{r(t)} - \frac{1}{r^2(t)}(b, \lambda)(b, \lambda^\perp), \quad \tilde{b}_2 = \frac{(b, \lambda^\perp)}{r(t)}, \\ \tilde{c}_1 &= \sqrt{r^2(t) + 2r(t)(c, \lambda) + |c|^2} - r(t), \\ \tilde{c}_2 &= \pi \mathbf{1}_{\{r(t)+(c, \lambda) < 0\}} + \frac{\pi}{2} \text{sign}(c, \lambda^\perp) \mathbf{1}_{\{r(t)+(c, \lambda) = 0\}} \\ &\quad + \arctg \frac{(c, \lambda^\perp)}{r(t) + (c, \lambda)} \mathbf{1}_{\{r(t)+(c, \lambda) \neq 0\}}, \\ \lambda &= (\cos \varphi(t), \sin \varphi(t)), \\ \lambda^\perp &= (-\sin \varphi(t), \cos \varphi(t)), \\ a &= (a_i(t, r(t) \cos \varphi(t), r(t) \sin \varphi(t)), i = 1, 2), \\ b &= (b_i(t, r(t) \cos \varphi(t), r(t) \sin \varphi(t)), i = 1, 2), \\ c &= (c_i(t, r(t) \cos \varphi(t), r(t) \sin \varphi(t), \theta), i = 1, 2). \end{aligned}$$

З формули Іто (2.7) випливає, що у розглянутому випадку рівняння (4.1) мають вигляд:

$$\begin{cases} dr(t) = \hat{a}_1 dt + \hat{b}_1 dw(t) + \int_{\Theta_1} \hat{c}_1 \tilde{\nu}(dt, d\theta) \\ \quad + \int_{\Theta_2} \hat{c}_1 \nu(dt, d\theta), \\ d\varphi(t) = \hat{a}_2 dt + \hat{b}_2 dw(t) + \int_{\Theta_1} \hat{c}_2 \tilde{\nu}(dt, d\theta) \\ \quad + \int_{\Theta_2} \hat{c}_2 \nu(dt, d\theta), \end{cases} \quad (4.2)$$

де

$$\begin{aligned} \hat{a}_1 &= \tilde{a}_1 + \int_{\Theta_1} \{\tilde{c}_1 - (c, \lambda)\} \Pi(d\theta), \quad \hat{b}_1 = \tilde{b}_1 \\ \hat{a}_2 &= \tilde{a}_2 + \int_{\Theta_1} \left\{ \tilde{c}_2 - \frac{(c, \lambda^\perp)}{r(t)} \right\} \Pi(d\theta), \quad \hat{b}_2 = \tilde{b}_2, \\ \hat{c}_1 &= \tilde{c}_1, \quad \hat{c}_2 = \tilde{c}_2. \end{aligned}$$

Скористаємось формулами (4.2) і для $r(t) = |\xi(t)|$ та $\varphi(t)$ в класі K_1 отримаємо такі рівності:

$$\begin{aligned} d|\xi(t)| &= \left[\frac{(a, \xi(t))}{|\xi(t)|} + \frac{1}{2} |\xi(t)| g_2^2 + |\xi(t)| \times \right. \\ &\quad \left. \times \int_{\Theta_1} \left\{ \left(\sqrt{(1 + \gamma_1)^2 + \gamma_2^2} - 1 \right) - \gamma_1 \right\} \Pi(d\theta) \right] dt + \end{aligned}$$

$$+|\xi(t)|[g_1 dw(t)+ \\ + \int_{\Theta_1} \left(\sqrt{(1+\gamma_1)^2 + \gamma_2^2} - 1 \right) \tilde{\nu}(dt, d\theta) + \\ + \int_{\Theta_2} \left(\sqrt{(1+\gamma_1)^2 + \gamma_2^2} - 1 \right) \nu(dt, d\theta) \Big],$$

$$d\varphi(t) = \\ = \left[\frac{(a, \xi^\perp(t))}{|\xi(t)|^2} + g_1 g_2 + \int_{\Theta_1} \{\hat{\gamma} + \gamma_2\} \Pi(d\theta) \right] dt - \\ - g_2 dw(t) + \int_{\Theta_1} \hat{\gamma} \tilde{\nu}(dt, d\theta) + \int_{\Theta_2} \hat{\gamma} \nu(dt, d\theta),$$

де

$$\hat{\gamma} = \pi \mathbf{1}_{\{1+\gamma_1 < 0\}} - \frac{\pi}{2} \text{sign} \gamma_2 \mathbf{1}_{\{1+\gamma_1 = 0\}} -$$

$$- \arctg \frac{\gamma_2}{(1+\gamma_1)} \mathbf{1}_{\{1+\gamma_1 \neq 0\}},$$

$$\xi^\perp(t) = (-\xi_2(t), \xi_1(t)),$$

g_i, γ_i – відповідно функції $g_i(t, \xi(t))$, $\gamma_i(t, \xi(t), \theta)$, $a = a_i(t, \xi(t))$, $i = 1, 2$.

За допомогою цих рівнянь, використовуючи умови теореми для класу K_1 , отримуємо, що при $0 < t < \tau$:

$$dr(t)e^{\alpha\varphi(t)} = 0$$

тоді і тільки тоді, коли виконуються умови теореми 3.1 для класу K_1 .

Для класів K_2 та K_3 безпосередньо перевіримо, що відповідно в областях Q_2, Q_3 виконуються умови (2.4), (2.5) і (2.6) теореми 2.1 тоді і тільки тоді, коли виконуються умови теореми 3.1 для K_2 та K_3 відповідно.

Маємо:

$$(\nabla G_2(t, x), b(t, x)) = -\alpha x_2 x_1^{-\alpha-1} g_1 x_1 + x_1^{-\alpha} g_2 x_2 = \\ = x_1^{-\alpha} x_2 (-\alpha g_1 + g_2) = 0;$$

$$LG_2(t, x) = -\alpha x_2 x_1^{-\alpha-1} a_1 + x_1^{-\alpha} a_2 + \\ + \frac{1}{2} \left(\alpha(\alpha+1) x_2 x_1^{-\alpha-2} g_1^2 x_1^2 - 2\alpha x_1^{-\alpha-1} g_1 g_2 x_1 x_2 \right) - \\ - x_1^{-\alpha} x_2 \int_{\Theta_1} (\gamma_2 - \alpha \gamma_1) \Pi(d\theta) =$$

$$= x_1^{-\alpha-1} (-\alpha x_2 a_1 + x_1 a_2) + x_1^{-\alpha-1} x_1 x_2 \times \\ \times \left[\frac{\alpha(\alpha+1)}{2} g_1^2 - \alpha^2 g_1^2 - \int_{\Theta_1} (\gamma_2 - \alpha \gamma_1) \Pi(d\theta) \right] = 0;$$

$$\Pi\{\theta : \Delta_{G_2}(t, x, \theta) \neq 0\} = \\ = \Pi\{\theta : (x_2 + \gamma_2 x_2)(x_1 + \gamma_1 x_1)^{-\alpha} - x_2 x_1^{-\alpha} \neq 0\} = \\ = \Pi\{\theta : x_2 x_1^{-\alpha} [(1 + \gamma_2)(1 + \gamma_1)^{-\alpha} - 1] \neq 0\} = 0.$$

$$(\nabla G_3(t, x), b(t, x)) = \\ = (-x_2 x_1^{-2} - \alpha x_1^{-1}) g_1 x_1 + x_1^{-1} (g_2 x_1 + g_1 x_2) = \\ = -\alpha g_1 + g_2 = 0;$$

$$LG_3(t, x) = (-x_2 x_1^{-2} - \alpha x_1^{-1}) a_1 + x_1^{-1} a_2 + \\ + \frac{1}{2} \left((2x_2 x_1^{-3} + \alpha x_1^{-2}) g_1^2 x_1^2 - 2x_1^{-2} g_1 x_1 (g_2 x_1 + g_1 x_2) \right) - \\ - \int_{\Theta_1} (\gamma_2 - \alpha \gamma_1) \Pi(d\theta) = x_1^{-2} (-a_1 x_2 - \alpha x_1 a_1 + \\ + x_1 a_2 - \frac{\alpha}{2} x_1^2 g_1^2 - x_1^2 \int_{\Theta_1} (\gamma_2 - \alpha \gamma_1) \Pi(d\theta)) = 0;$$

$$\Pi\{\theta : \Delta_{G_3}(t, x, \theta) \neq 0\} = \\ = \Pi\{\theta : (x_2 + \gamma_2 x_1 + \gamma_1 x_2)(x_1 + \gamma_1 x_1)^{-1} - \\ - \alpha \ln(x_1 + \gamma_1 x_1) - x_2 x_1^{-1} + \alpha \ln x_1 \neq 0\} = \\ = \Pi\{\theta : x_1^{-1} [x_2 + \gamma_2 x_1 + \gamma_1 x_2 - \\ - \alpha x_1 (1 + \gamma_1) \ln(1 + \gamma_1) - x_2 (1 + \gamma_1)] \neq 0\} = \\ = \Pi\{\theta : \gamma_2 - \alpha(1 + \gamma_1) \ln(1 + \gamma_1) \neq 0\} = 0.$$

Отже, поверхні $\Gamma_{Q_i}(G_i)$ відповідно для класів K_i , $i = 2, 3$ інваріантні в області Q_i при всіх C тоді і тільки тоді, коли для всіх $(t, x) \in Q_i$ відповідно при $i = 2, 3$ виконуються умови теореми 3.1. $\square$

Зауваження

Якщо у розглядуваній системі $c(t, x, \theta) = 0$ при $\theta \in \Theta_1$, $(t, x) \in Q_i$ і виконуються лише умови 1), 2) теореми 3.1 відповідно для класів K_i , $i = 1, 2, 3$, то розв'язок $\xi(t)$ “дифундує” на поверхнях $\Gamma_{Q_i}(G_i)$ і перестрибує із однієї поверхні на іншу лише в моменти $0 < \tau_1 < \tau_2 < \dots$ стрибків пуассонівського процесу $\nu([0, t], \Theta_2)$.

Слід зауважити, що коли в системі (3.1) $c(t, x, \theta) = 0$ при $\theta \in \Theta_1$, то достатні умови ін-

варіантності поверхонь $\Gamma_{Q_i}(G_i)$ відповідно для класів K_i , $i = 1, 2, 3$ наведені у роботі [5].

Висновки

У роботі для певних класів систем другого порядку неоднорідних СДР зі стрибками знайдено необхідні і достатні умови інваріантності відповідних поверхонь. Отримані результати дають можливість знаходження інваріантних поверхонь та умов їх інваріантності для вказаних класів СДР.

Список використаних джерел

1. Кулініч Г.Л., Бабчук В.Г. Інваріантні множини системи лінійних стохастичних диференціальних рівнянь Іто другого порядку // Вісник Київського університету – 1976. – Вип. 18. – С. 136–139.
2. Кулініч Г.Л., Кушніренко С.В. Інваріантні множини систем стохастичних диференціальних рівнянь без післядії // Теорія ймовірностей та математична статистика – 2000. – Вип. 63. – С. 115–121.
3. Справочник по теории вероятностей и математической статистике // В.С. Королюк, Н. И. Портенко, А. В. Скороход, А. Ф. Турбин / Под ред. В. С. Королюка. – М.: Наука, 1985. – 640 с.
4. Кулініч Г.Л., Кушніренко С.В. Інваріантні множини систем стохастичних диференціальних рівнянь із стрибками // Нелінійні коливання. – 2005. – Т. 8, № 2. – С. 234–240.
5. Кулініч Г.Л. Про інваріантні множини систем другого порядку стохастичних диференціальних рівнянь без післядії // Тези доповідей Міжн. наук. конф. “Розробка та застосування математичних методів у науково-технічних дослідженнях”, 8–10 жовтня 1998 р., м. Львів. Вісник “Прикладна математика”. – 1998. – № 337, т. 1. – С. 126–127.

References

1. KULINICH, G. L., BABCHUK V.G. (1976) Invariant sets of system of linear stochastic Ito differential equations of the second order // *Visn. Kyiv. Univ.*, No. 18, P. 136–139.
2. KULINICH, G. L., KUSHNIRENKO, S. V. (2000) Invariant sets for systems of stochastic differential equations without aftereffect // *Theory Probab. Math. Stat.*, **63**, P. 112–118.
3. Handbook on Probability and Mathematical statistics // V.S. Korolyuk, N.I. Portenko, A.V. Skorokhod, A.F. Turbin / Ed. V.S.Korolyuk. – M.: Nauka, 1985. – 640 p.
4. KULINICH, G. L., KUSHNIRENKO, S. V. (2005) Invariant sets of systems of stochastic differential equations with jumps // *Nonlinear Oscillations*, **8**, No. 2, P. 234–240.
5. KULINICH, G. L. (1998) On invariant sets of the system of the second order of stochastic differential equations without aftereffect // Theses of the International science conf. “Development and application of mathematical methods in scientific and technical research”, October 8–10, 1998, Lviv. *Bulletin “Applied mathematics”*. No. 337, V. 1. – P. 126–127.

Received: 1.09.2022

УДК

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2022/3.3>

В.П. Зубченко¹, к.ф.-м.н.,
А.В. Ткаченко², студентка

V.P. Zubchenko¹, PhD.,
A.V. Tkachenko², Student

Математична модель фінансової динаміки страхової компанії

Mathematical model of financial dynamics of an insurance company

^{1,2} Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 01033, Київ, вул. Володимирська, 64,
e-mail: ¹volodymyr.zubchenko@knu.ua,
²tkachenkoalina1995@gmail.com

^{1,2} Taras Shevchenko National University of Kyiv, 01033, Kyiv, 64 Volodymyrska st.,
e-mail: ¹volodymyr.zubchenko@knu.ua,
²tkachenkoalina1995@gmail.com

Дана робота присвячена побудові математичної моделі фінансової динаміки страхової компанії зі страхування життя. Вивчено методи обчислення страхових сум, платежів, резерву нетто-премій, здійснено їх узагальнення із врахуванням різних типів витрат страховика на забезпечення діяльності страхової компанії, проаналізовано чутливість фінансової динаміки страхової компанії в залежності від вхідних параметрів моделі. Результати роботи мають важливе практичне значення для моделювання роботи страхової компанії, адже Національний банк України впроваджує обов'язковий моніторинг забезпечення платоспроможності страхової компанії на основі звітних даних страховика.

Ключові слова: резерви, динаміка резервів, накопичувальний договір страхування, нетто-премій, резерв, проспективний метод, страхування дожиття, інвестування, портфель договорів страхування, PnL, чистий прибуток.

This paper is devoted to the construction of a mathematical model of financial dynamics of life insurance company. The methods of calculating insurance amounts, payments, net premium reserve are studied, their generalization is carried out taking into account various types of insurer's expenses for ensuring the activities of the insurance company, the sensitivity of the financial dynamics of the insurance company depending on the input parameters of the model is analyzed. The results of the work are of great practical importance for modeling the work of the insurance company, because the National Bank of Ukraine implements mandatory monitoring of the solvency of the insurance company on the basis of the insurer's reporting data.

Keywords: reserves, dynamics of reserves, accumulative insurance contract, net premiums, reserve, prospective method, life insurance, investment, insurance contracts portfolio, PnL, net profit.

Вступ

Страховання має надзвичайно багату історію. Перші форми страховання було виявлено за дві тисячі років до нашої ери в законах вавилонського царя Хаммурапі, які передбачали укладання угоди між учасниками торгового каравану про те, щоб завдані збитки, яких зазнає будь-хто в дорозі від різних небезпек, розподілялися між усіма учасниками.

Розглядаючи сторінки історії можемо дізнатися, що перше виникло саме майнове та особисте страховання ще в середньовіччя.

Майнове страховання передбачало відшкодування збитків, що виникли внаслідок стихійного лиха, в свою чергу особисте передбачало виплати у випадку смерті, хвороби, інвалідності.

Початкове страховання середньовіччя стало основою та фундаментом сучасної системи страховання.

Термін «страхування» має латинське походження. В основі його — слова «*securus*» і «*sine cura*», які означають «безтурботний».

Офіційне тлумачення цього терміна в Україні наведено в Законі «Про страхування»: «Страховання — це вид цивільно-правових відносин щодо захисту майнових інтересів громадян та юридичних осіб у разі настання певних подій (страхових випадків), визначених договором страхування або чинним законодавством за рахунок грошових фондів, що формуються шляхом сплати громадянами та юридичними особами страхових платежів (страхових внесків, страхових премій) та доходів від розміщення коштів цих фондів».

Законом України «Про страхування» встановлено, що страховиками визнаються фінансові установи, які створені у формі акціонерних, повних, командитних товариств або товариств з додатковою відповідальністю згідно з Законом України «Про господарські товариства» з урахуванням особливостей, передбачених Законом України «Про страхування», а також ті, що одержали у встановленому порядку ліцензію на здійснення страхової діяльності. Учасників страховика має бути не менше трьох.

Страхова діяльність в Україні здійснюється виключно страховиками резидентами України. Закон «Про страхування» передбачає також можливість утворення державних страхових організацій.

Фінансова динаміка страхової компанії є однією з найважливіших тем. Адже побудова моделі динаміки будь-якої компанії та правильна

реалізація ряду дій пов'язаних з інвестиційною діяльністю та інших заходів є головною складовою успішної компанії як страхової так і іншого роду діяльності.

З метою ефективного управління своїми активами та зобов'язаннями, зниження ризику та отримання додаткового прибутку страхові компанії повинні уважно та відповідально ставитися до фінансової динаміки та організації всіх необхідних процесів пов'язані з нею.

Мета роботи — розглянути фінансову динаміку страхової компанії, дослідити теоретичну та практичну складову, та її математичну модель.

1. Різновид страхових компаній в Україні

У квітні 2022 року на ринку небанківських фінансових послуг України нові гравці не з'явилися, а 18 учасників залишили ринок — результати ліцензування та реєстрації.

Кількість учасників небанківського фінансового ринку зменшилася до 1 664 (станом на 30 квітня) з 1 682 (станом на 31 березня).

Станом на 30 квітня 2022 року на небанківському ринку працювали 132 страховики non-life (порівняно з попереднім місяцем кількість не змінилася) та 13 life-страховиків (кількість не змінилася), 197 ломбардів (кількість не змінилася), 187 кредитних спілок (було 205), 110 лізингових компаній (кількість не змінилася), 894 фінансові компанії (кількість не змінилася), 64 страхові брокери (кількість не змінилася) та 67 колекторських компаній (кількість не змінилася). Крім того, на ринку визнано 24 банківські групи та 23 небанківські фінансові групи.

У квітні до Національного банку надійшло 23 запити від учасників ринку на реєстраційні та ліцензійні дії. Кількість запитів стосовно фінансових компаній, ломбардів і лізингодавців становила 8. Кількість запитів щодо страховиків — 8.

Розглянемо топ страхових компаній України в різних видах страхування. До Топ-10 страхових компаній по «страхування життя» входять: MetLife, TAC, PZU Ukraine, УНІКА, Грива Україна, АСКА, ARX, Княжа Лайф VIG, KD Life, ІНГО, в свою чергу до Топ-10 страхових компаній за майновим страхуванням входять: ARX, УНІКА, ІНГО, Арсенал Страхування, Альфа Страхування, PZU Ukraine, VUSO, TAC CG, UNIVERSALNA, ЄВРОІНС Україна.

Порівнюючи статистичні дані звітів «Щоквартальна статистика страхового ринку України за 2002-2022 роки» представлена на

основі офіційних звітів страхових компаній України, наданих Нацкомфінпослуг та НБУ, можна побачити деяку тенденцію щодо страхових компаній.

В таблиці наведені дані в таблиці з кількості зареєстрованих страхових компаній за 1 квартал кожного року починаючи з 2002 і закінчуючи 2022.

Рік	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Life-страхування	19	24	33	50	53	60	69	75	70	66	64
Non-life страхування	309	326	327	348	351	366	389	402	374	387	379
Кількість зареєстрованих страхових компаній	328	350	360	398	404	426	458	477	444	453	443

Рік	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Life-страхування	62	61	55	46	39	32	27	22	20	13
Non-life страхування	352	343	330	306	268	260	238	203	188	132
Кількість зареєстрованих страхових компаній	414	404	385	352	307	292	265	225	208	145

Дивлячись гістограму можна зробити чіткий висновок, що в Україні за даними 1 кварталів прослідковується тенденція зменшення кількості страхових компаній, що є офіційно зареєстрованими на території України та мають відповідні ліцензії від НБУ на введення справи і проведення фінансових операцій. Так загальна кількість зареєстрованих страхових компаній з 2012 року скоротилась на 32,73% станом на квітень 2022 року.



2. Доходи і витрати страхових компаній

Страхова діяльність відноситься до сфери фінансових послуг і тому це суттєво впливає на доходи страхових компаній.

Доходи страхових компаній залежано від виду діяльності можна поділити на декілька груп: дохід від основної діяльності (від реалізації страхових послуг); дохід від надання послуг для інших страховиків та інших послуг (виконання робіт); операційні доходи; фінансові доходи; інші доходи від звичайної діяльності (інвестиційної та іншої); доходи від надзвичайних подій.

У сфері загального страхування дохід від основної діяльності формується на основі сум страхових платежів та резерву незароблених премій і називається такий дохід заробленою премією.

Страховий платіж відповідно до статті 10 Закону України «Про страхування» — це «плата за страхування, яку страхувальник зобов'язаний внести страховику згідно з договором страхування».

У той час як в сфері страхування життя дохід від реалізації страхових послуг визначається як: страхові платежі — частки страхових платежів, належні перестраховикам.

Перестраховування відповідно до статті 12 Закону України «Про страхування» — це «страхування одним страховиком (цедентом, перестраховальником) на визначених договором умовах ризику виконання частини своїх обов'язків перед страхувальником у іншого страховика (перестраховика) резидента або нерезидента, який має статус страховика або перестраховика, згідно з законодавством країни, в якій він зареєстрований».

Дохід від надання послуг для інших страховиків та інших послуг складається з сум агентських винагород (в тому числі, отриманих від страховиків, які здійснюють страхування життя, а також доходу від надання послуг, що безпосередньо пов'язані з видами діяльності, зазначеними у статті 2 Закону України "Про страхування").

До операційних доходів можна віднести: суми, що повертаються з технічних резервів, інших ніж резерв незароблених премій; суми, що повертаються з резервів із страхування життя; частки страхових виплат та відшкодувань, що отримуються від перестраховиків; частки викупних сум, що отримуються від перестраховиків; сум, що повертаються з централізованих страхових резервних фондів; суми, що отримуються в результаті реалізації переданого страхувальником або іншою особою права вимоги до особи, відповідальної за заподіяні збитки; суми комісійних винагород за перестраховування; інших доходів (дохід від операційної оренди, дохід від реалізації оборотних активів, дохід від реалізації іноземної валюти, дохід від списання кредиторської заборгованості, одержані штрафи, пені, гранти, субсидії, тощо).

Витрати — це зменшення економічних вигод у вигляді вибуття активів (нарахування «амортизації») чи збільшення зобов'язань, що призводить до зменшення розміру власного капіталу (за винятком зменшення капіталу за рахунок його вилучення або розподілу власниками).

Всі витрати страхових компаній діляться на декілька груп:

1) Страхові виплати, страхові відшкодування і викупні суми (витрати основної діяльності);

2) Операційні витрати (відрахування у технічні резерви, відрахування у резерви зі

страхування життя, відрахування у централізовані страхові резервні фонди, агентські винагороди, витрати пов'язані з укладанням договорів перестрахування, на винагороди брокерам, комісійні винагороди перестраховикам, ліквідаційні витрати (оплата судових затрат, оплати експертних робіт, оплата послуг аварійних комісарів, витрати, що здійснюються у зв'язку з урегулюванням страхових випадків, інші витрати, що належать до собівартості реалізації страхових послуг, адміністративні витрати, інші витрати на збут, інші операційні витрати – інкасаційні та ін.)

3) Витрати, пов'язані з фінансовою та інвестиційною діяльністю (витрати на сплату відсотків за використання кредитом, на сплату доходів за облігаціями, емітованими компанією, пов'язані з фінансовою орендою активів, втрати від участі в капіталі (збитки від інвестицій в асоційовані, дочірні або спільні компанії), собівартість реалізації фінансових інвестицій необоротних активів, майнових комплексів).

Також в діяльності страхових компаній можуть у будь-який період часу виникати витрати пов'язані з надзвичайними подіями, що завдають збитки компанії.

3. Фінансова та інвестиційна діяльність страхових компаній

Напрямами інвестиційної діяльності є придбання та реалізація основних фондів, нематеріальних активів, вкладення капіталу в акції, облігації, їх реалізація, одержання дивідендів, процентів, тощо.

Страховик має у своєму розпорядженні дві групи коштів:

- Власні кошти у формі статутного і резервного капіталу, нерозподіленого прибутку;
- Кошти страхових резервів.

Використання першої групи коштів державою жорстко не регулюється. Виняток становить тільки статутний капітал. Закон України "Про страхування" вимагає формування статутного капіталу новоствореного страховика або збільшення статутного капіталу вже діючого страховика за рахунок внесків виключно у грошовій формі. Закон допускає як частку у статутному капіталі державні цінні папери у розмірі 25%. Обмежені також засновницькі можливості страховиків. У цілому сукупний внесок до статутних капіталів інших страховиків має не перевищувати 30% у тому числі до статутного капіталу окремого страховика — 10%.

Інвестування коштів страхових резервів регламентується державою. Згідно з чинним законодавством за рахунок коштів страхових резервів можна здійснювати як фінансові так і реальні інвестиції. Реальні інвестиції обмежуються тільки правом на придбання нерухомого майна. Решта вкладень - фінансові інвестиції і то тільки портфельні. Це означає, що страхова компанія має право купувати цінні папери на вторинному біржовому ринку. Тим самим чином обмежуються можливості страховиків щодо реалізації корпоративних прав шляхом участі у статутних фондах емітентів акцій.

Відповідно до статті 31 Закону України «Про страхування» кошти страхових резервів мають розміщуватися з урахуванням безпечності, прибутковості, ліквідності, диверсифікованості та мають бути представлені активами таких категорій:

- грошові кошти на поточному рахунку;
- банківські вклади (депозити);
- валютні вкладення згідно з валютою страхування;
- нерухоме майно;
- акції, облігації, іпотечні сертифікати;
- цінні папери, що емітуються державою;
- права вимоги до перестраховиків;
- інвестиції в економіку України за напрямками, визначеними Кабінетом Міністрів України;
- банківські метали;
- кредити страхувальникам-громадянам, що уклали договори страхування життя, в межах викупної суми на момент видачі кредиту та під заставу викупної суми. У цьому разі кредит не може бути видано раніше, ніж через один рік після набрання чинності договором страхування, та на строк, який перевищує період, що залишився до закінчення дії договору страхування;
- готівка в касі в обсягах лімітів залишків каси, встановлених Національним банком України.

Кошти резервів із страхування життя можуть використовуватися для довгострокового кредитування житлового будівництва, у тому числі індивідуальних забудовників, у порядку, визначеному Кабінетом Міністрів України.

4. Класифікація та характеристика ризиків в страхуванні

Загалом ризики класифікують на дві великі групи страхові та нестрахові (не включені в договір страхування). Найбільш численну групу

складають ризики, які можна застрахувати. Щоб встановити, чи є певний ризик страховим, застосовують такі критерії:

- ризик, що включається в розмір відповідальності страховика, має бути з високим рівнем ймовірності;
- ризик має виступати як випадковий, тобто небезпека не повинна бути відома ні в просторі, ні у часі, ні за розміром;
- настання страхового випадку, яке виражається в реалізації ризику, не повинно залежати від волевиявлення страховика або інших зацікавлених осіб;
- страхова подія не може мати розмірів катастрофічного лиха, тобто охоплювати масу об'єктів у рамках величезної страхової сукупності, спричиняючи масові збитки.

Ризики можна класифікувати за декількома особливостями. Так насамперед, потрібно врахувати, що страхування розповсюджується тільки на страхові ризики і такі, які можна виміряти у фінансовому відношенні. З огляду на це, ризики поділяють на чисті та спекулятивні. Такий поділ має доволі важливе практичне значення, оскільки страхове відшкодування стосується лише чистих ризиків, при яких наслідок випадкової події завжди альтернативний – збитки або їх відсутність.

Залежно від джерела небезпеки (походження) ризики класифікують на: природні (об'єктивні) та антропогенні (суб'єктивні), а з огляду на об'єкти ризиків: майнові та особисті.

Якщо розглянути ризики за обсягом відповідальності страховика поділяють на індивідуальні та універсальні, а за кількісними параметрами (величиною збитку) ризики можуть утворювати певний ряд і поділятися на: катастрофічні, великі, середні, малі, незначні, а також звичайні ризики.

У загальному розмежуванні ризиків виділяють такі їх групи: політичні, екологічні, транспортні й технічні.

5. Страхові резерви та платоспроможність страхової компанії

Умовами забезпечення платоспроможності страховиків (страхових компаній) відповідно до статті 30 Закону України «Про страхування» є:

- наявність сплаченого статутного фонду для страховиків-резидентів або гарантійного депозиту для філій страховиків-нерезидентів та наявності гарантійного фонду страховика;

- створення страхових резервів, достатніх для майбутніх виплат страхових сум і страхових відшкодувань;
- перевищення фактичного запасу платоспроможності страховика над розрахунковим нормативним запасом платоспроможності.

Законодавством України встановлено мінімальний розмір статутного фонду страхової компанії, яка займається страхуванням життя, 10 млн євро за валютним обмінним курсом валюти України. Для страхових компаній, що займаються іншими видами страхування встановлений мінімальний розмір статутного фонду у розмірі 1 млн євро.

До гарантійного фонду страховика також належить додатковий та резервний капітал і сума нерозподіленого прибутку. За рахунок нерозподіленого прибутку страхові компанії можуть створювати вільні резерви.

Для забезпечення виконання взятих на себе зобов'язань щодо окремих видів обов'язкового страхування страхові компанії можуть створювати також страхові резервні фонди, а також відповідний орган, що буде здійснювати контроль та управління ними.

Страхові резерви відповідно до статті 31 Закону України «Про страхування» поділяють на технічні резерви і резерви із страхування життя (математичні резерви). Згідно з законодавством України страхові компанії зобов'язані формувати і вести облік страхових резервів у порядку і обсягах станом на кожен день, які були встановлені Законом України «Про страхування». Резерви утворюють у тих валютах, в яких вони беруть та несуть відповідальність згідно з своїх страхових зобов'язань.

До технічного резерву за видами страхування (крім страхування життя) відносять:

- резерв незароблених премій;
- резерв заявлених, але не виплачених збитків;
- резерв збитків, які виникли, але не заявлені;
- резерв катастроф;
- резерв коливань збитковості.

Страхові компанії також зобов'язані створити та вести облік резервів із страхування життя як довгострокові зобов'язання (математичні резерви) та належних виплат страхових сум відповідно до затвердженої Державною комісією з регулювання ринків фінансових послуг України «Методики формування резервів із страхування життя» від 27.01.2004 № 24.

6. Реалізація математичної моделі фінансової динаміки в Microsoft Excel

Для математичного моделювання необхідно виконати такі етапи: постановка саме задачі (в нашому випадку задача – це реалізація математичної моделі фінансової динаміки страхової компанії в Excel), побудова математичної моделі і дослідження характеристик як ступені універсальності, точності моделі, адекватності і т.д.

Отже, для початку для реалізації цієї задачі розробимо страховий договір накопичувального страхування для особи віком 30 років на термін дії – 15 років з відсотковою ставкою – 4%, та внесенням платежів протягом 15 років. Використовуючи базис AM92 (базис, що використовується для обчислень під час проведення іспитів British Institute and Faculty of Actuaries) розраховуємо два варіанта договору страхування.

На Рис.1 ми можемо побачити декілька видів розрахунків серед них є і розрахунки суми на яку буде застрахована особа, і який платіж потрібно вносити клієнту, якщо він хоче застрахуватися на конкретну суму, а також розрахунок всіх необхідних допоміжних величин.

Перший варіант розрахунку договору – обчислити, на яку суму буде застрахована особа, якщо людина буде вносити платіж Р розміром 10 000 грн. Як бачимо відповідно до розрахунків сума на яку буде застрахована особа становить 206 620 грн. Таким чином в даному варіанті резерв нетто-премії повинен складати 10 284 грн.

Другий варіант, до прикладу, особа хоче застрахуватися на суму 100 000 грн, при застосуванні всіх необхідних актуарних розрахунків отримуємо, що платіж, який потрібно сплачувати клієнту становить 4 840 грн, при цьому резерв нетто-премії повинна складати 4 977 грн.

Для розрахунків ми використовуємо наступні актуарні формули.

Формула рівняння для резерву нетто-премії перспективним методом

$${}^1V_{x:n} = S * (A_{x+t:n-t} + E_{x+t:n-t}) - P * \ddot{a}_{x+t:l-t}^{(m)}$$

де S – страхова сума, Р – платіж, – n-річний поліс страхування дожиття, за яким страхова сума сплачується наприкінці року смерті або завершенні терміну дії контракту, – n-річний поліс страхування на випадок смерті, з аналогічною страховою сумою і терміном страхування, – анuitет пренумерандо з виплатами m разів на рік зі строком виплат n.

для розрахунків даних значень використаємо наступні формули:

$$P = S * \frac{(A_{x:n} + E_{x:n})}{\ddot{a}_{x+t:l-t}^{(m)}} = S * \left(\frac{\left(\frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{D_{x+n}}{D_x} \right)}{\frac{N_x - N_{x+l}}{D_x} - \frac{m-1}{2 * m} \times \left(1 - \frac{D_{x+m}}{D_x} \right)} \right),$$

$$S = \frac{P * \ddot{a}_{x+t:l-t}^{(m)}}{(A_{x:n} + E_{x:n})} = \frac{P * \left(\frac{N_x - N_{x+l}}{D_x} - \frac{m-1}{2 * m} \times \left(1 - \frac{D_{x+m}}{D_x} \right) \right)}{\left(\frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{D_{x+n}}{D_x} \right)},$$

$$A_{x+t:n-t} = \frac{M_{x+t} - M_{x+n}}{D_{x+t}},$$

$$E_{x+t:n-t} = \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}},$$

$$\ddot{a}_{x+t:l-t}^{(m)} = \frac{N_{x+t} - N_{x+l}}{D_{x+t}} - \frac{m-1}{2 * m} \times \left(1 - \frac{D_{x+m+t}}{D_{x+t}} \right)$$

Результати розрахунків наведені на Рис.1 за допомогою Microsoft Excel, з використанням базису AM92:

i	4%
n	15
l	15
s	30
m	1

a	11.5129
E	0.5483
A	0.0089
tl	1

P	S=?
10 000	206 620
V1	10 284

S	P=?
100 000	4 840
V2	4 977

Значення для розрахунку резерву нетто-премії	
A(x+t,n-t)	0.00863382
a(x+t,l-t)	10.93984087
E(x+t,n-t)	0.57066308

Рис. 1

Для нормальної діяльності страхової компанії необхідно розробити план інвестиційної політики компанії, у нашому випадку, на 15 років. Таким чином згідно з нормативними актами та Законом України «Про страхування» розробимо свій план інвестування для збільшення прибутків компанії. Інвестувати будемо у декілька напрямків: акції, облігації внутрішньої позики, цінні метали, валютні вклади, будівництво та відкриємо депозити в декількох різних банків, щоб зменшити ризики пов'язані з можливими втратами коштів. Дані нашого інвестування наведені на Рис. 2.

	Акції	Облігації	Цінні метали	Валюта	Будівництво	Депозити	Сума
	25%	18%	8%	2%	45%	10%	
1	15%	30%	5%	5%	25%	20%	100%
2	25%	27%	7%	5%	18%	18%	100%
3	27%	30%	5%	4%	18%	16%	100%
4	25%	25%	10%	5%	19%	16%	100%
5	27%	32%	8%	2%	14%	17%	100%
6	23%	25%	7%	5%	16%	24%	100%
7	26%	30%	10%	2%	10%	22%	100%
8	25%	30%	9%	4%	12%	20%	100%
9	29%	28%	7%	5%	11%	20%	100%
10	30%	25%	8%	2%	14%	21%	100%
11	34%	25%	8%	3%	14%	16%	100%
12	34%	26%	10%	5%	10%	15%	100%
13	35%	22%	11%	4%	8%	20%	100%
14	37%	23%	13%	1%	7%	19%	100%
15	40%	15%	10%	5%	7%	23%	100%

Рис. 2

На Рис. 3 ми підраховуємо по рокам, який необхідний нам резерв для кожного року за одним контрактом, а також необхідний розмір портфеля резервів в залежності від кількості клієнтів розробленого стандартного договору страхування. Таким чином на перший рік резерв для одного контракту становить 10 284 грн, то при кількості 100 клієнтів зі стандартним контрактом нам необхідно сформувати портфель резервів у розмірі 1 028 412 грн.

S	206 620	%	30
P	10 000	P*	13 000

рік	Резерв	Премія	Risk Cost	RC/P	К-сть клієнтів	Портфель резервів	Інвестиційний дохід
0	0	0	0	0%	0	0	0
1	10 284	10 000	10 284	79%	100	1 028 412	235 506
2	20 984	20 000	10 700	82%	150	3 640 987	840 036
3	32 115	30 000	11 132	86%	200	8 415 910	2 119 441
4	43 696	40 000	11 581	89%	250	15 954 695	4 174 630
5	55 745	50 000	12 048	93%	300	26 883 117	7 258 154
6	68 279	60 000	12 534	96%	350	41 852 206	11 584 043
7	81 319	70 000	13 040	100%	400	61 539 282	17 058 812
8	94 887	80 000	13 567	104%	450	86 649 049	25 789 055
9	109 003	90 000	14 116	109%	500	117 914 752	37 207 911
10	123 691	100 000	14 688	113%	450	155 070 966	55 090 167
11	138 975	110 000	15 284	118%	450	198 355 965	77 698 164
12	154 881	120 000	15 906	122%	450	248 018 005	97 804 443
13	171 438	129 999	16 556	127%	420	304 007 353	123 495 209
14	188 673	139 999	17 236	133%	450	366 890 062	161 312 899
15	206 620	149 999	17 947	138%	500	437 461 706	201 764 298

Рис. 3

Для знаходження суми інвестиційного доходу нам необхідно для першого року розмір портфелю резервів помножити суми вкладень в різні типи інвестицій, для подальших розрахунків беремо відповідний розмір портфелю резервів на конкретний рік та додаємо до нього суму отриманих попередніх інвестиційних доходів і помножаємо на суми відсоткових вкладень у відповідних рік.

На Рис. 4 та Рис. 5 зобразимо криві інвестиційного доходу та динаміки резервів. В ідеальному випадку дані кривих повинні зростати, у такому випадку унеможливується можливі проблеми в роботі страхової компанії.

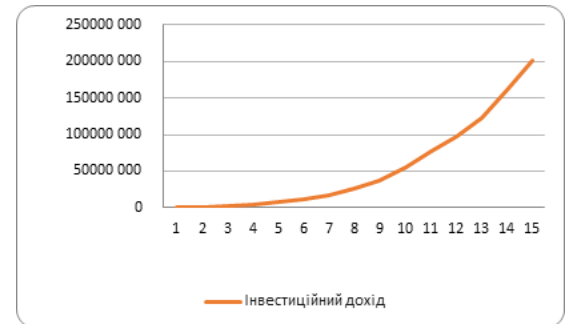


Рис. 4



Рис. 5

При розробці математичної моделі фінансової динаміки страхової компанії необхідно побудувати PnL (Profits and Losses Statement), яка в результаті буде відображати всю чи майже всю динаміку страхової компанії і за допомогою якої можна приймати різного роду рішення для покращення чи зміни якісь суттєвих чи не дуже моментів в діяльності. Звичайно при розробці PnL необхідно розрахувати витрати нашої страхової компанії. На Рис. 6, 7, 8 наведені приклад витрат страхової компанії поділених за категоріями: постійні – змінні, непрямі – прямі.

На даному етапі ми вже створили стандартний договір страхування, розробили куди саме будемо інвестувати кошти компанії та під яких відсоток відповідно до Закону України «Про страхування», прорахували та зобразили динаміку резервів для планової кількості клієнтів за стандартним договором страхування, а також інвестиційний прибуток і витрати компанії.

Види витрат	в місяць		в рік
	в грн	в дол.	
Постійні	Витрати на рекламу		1 000 000
	Витрати на маркетинг		1 000 000
	Витрати на транспорт		1 000 000
	Витрати на енергоносії		1 000 000
	Витрати на інші витрати		1 000 000
Поточні	Витрати на зарплату		1 000 000
	Витрати на оренду		1 000 000
	Витрати на комунальні послуги		1 000 000
	Витрати на транспортні витрати		1 000 000
	Витрати на інші витрати		1 000 000
Інші	Витрати на зарплату		1 000 000
	Витрати на оренду		1 000 000
	Витрати на комунальні послуги		1 000 000
	Витрати на транспортні витрати		1 000 000
	Витрати на інші витрати		1 000 000

Рис. 6

Види витрат	в місяць		в рік
	в грн	в дол.	
Постійні	Витрати на рекламу		1 000 000
	Витрати на маркетинг		1 000 000
	Витрати на транспорт		1 000 000
	Витрати на енергоносії		1 000 000
	Витрати на інші витрати		1 000 000
Поточні	Витрати на зарплату		1 000 000
	Витрати на оренду		1 000 000
	Витрати на комунальні послуги		1 000 000
	Витрати на транспортні витрати		1 000 000
	Витрати на інші витрати		1 000 000
Інші	Витрати на зарплату		1 000 000
	Витрати на оренду		1 000 000
	Витрати на комунальні послуги		1 000 000
	Витрати на транспортні витрати		1 000 000
	Витрати на інші витрати		1 000 000

Рис. 7

Види витрат	в місяць		в рік
	в грн	в дол.	
Постійні	Витрати на рекламу		1 000 000
	Витрати на маркетинг		1 000 000
	Витрати на транспорт		1 000 000
	Витрати на енергоносії		1 000 000
	Витрати на інші витрати		1 000 000
Поточні	Витрати на зарплату		1 000 000
	Витрати на оренду		1 000 000
	Витрати на комунальні послуги		1 000 000
	Витрати на транспортні витрати		1 000 000
	Витрати на інші витрати		1 000 000
Інші	Витрати на зарплату		1 000 000
	Витрати на оренду		1 000 000
	Витрати на комунальні послуги		1 000 000
	Витрати на транспортні витрати		1 000 000
	Витрати на інші витрати		1 000 000

Рис. 8

Отже, враховуючи пророблені вже деталі побудуємо PnL для нашої страхової компанії з розрахунком на 15 років, використавши інфляцію на рівні – 14%, припускаючи, що кількість стандартних страхових договорів буде на перший рік – 100, на другий – 150, на третій – 200 і т.д, і нехай після сьомого року кількість стандартних

Список використаних джерел

1. Закон України « Про страхування » від 07.03.1996 № 85/96-ВР

страхових договорів зі страхування життя буде поступово зменшуватись, а згодом знову зростати. Також враховуємо всі необхідні витрати та прибутки. Розрахунок NP здійснюється наступним чином: $profit = I$ (початкові витрати) – f (фінальні витрати) – e (операційні витрати) + сума штрафу. Отримаємо в результаті PnL, що буде відображати фінансову динаміку страхової компанії.

Види витрат	в місяць		в рік
	в грн	в дол.	
Постійні	Витрати на рекламу		1 000 000
	Витрати на маркетинг		1 000 000
	Витрати на транспорт		1 000 000
	Витрати на енергоносії		1 000 000
	Витрати на інші витрати		1 000 000
Поточні	Витрати на зарплату		1 000 000
	Витрати на оренду		1 000 000
	Витрати на комунальні послуги		1 000 000
	Витрати на транспортні витрати		1 000 000
	Витрати на інші витрати		1 000 000
Інші	Витрати на зарплату		1 000 000
	Витрати на оренду		1 000 000
	Витрати на комунальні послуги		1 000 000
	Витрати на транспортні витрати		1 000 000
	Витрати на інші витрати		1 000 000

Рис. 9

Уважніше розглянувши нашу PnL, що зображена на Рис. 9 можна зробити декілька висновків. Точка окупності та беззбитковності наступить з 7 року, в результаті net profit (чистий прибуток) складатиме 75 166 841,4 грн.

Висновки

В роботі досліджено фінансову динаміку та її математичну модель, отриманні теоретичні та практичні знання використано для побудови за допомогою Microsoft Excel математичної моделі динаміки страхової компанії. Проаналізовано методи обчислення страхових сум, платежів, резерву нетто-премій, а також чутливість фінансової динаміки страхової компанії в залежності від вхідних параметрів та чинників впливу. Побудована модель за вимогами та методикою установлені законами України, Кабінету Міністрів і т.д, та з впливом різних факторів результати можуть бути зміненими як і в позитивну сторону, так і в негативну.

2. Закон України "Про фінансові послуги та державне регулювання ринку фінансових послуг" від 12.07. 2001 р. № 2664 - III.
3. Про затвердження змін до Правил формування обліку та розміщення страхових резервів за видами страхування, іншими ніж

- життя від 14.12.2005 р.: Розпорядження Державної комісії з регулювання ринків фінансових послуг № 5117.
4. [Про затвердження Методики формування резервів із страхування життя Держфінпослуг; Розпорядження, Методика від 27.01.2004 № 24.](#)
 5. Історія страхування: Підручник / С.К. Реверчук, Т.В. Сива, СІ. Кубів, О.Д. Вовчак; за ред. С.К. Реверчука, - К.: Знання, 2005 р. - 213 с.
 6. Страхування: Підручник / Керівник авт. кол. і наук. ред. С. С. Осадець, д-р, екон. наук, проф. - К.: КНЕУ, 2006. - 528 с.
 7. Бойко А.О. Теоретичні основи та практичний досвід забезпечення фінансової стійкості страхової компанії. Економічні науки. Серія «Облік і фінанси»: збірник наукових праць. 2010. № 7 (25). Ч. 4. С. 36–50.
 8. Ткаченко Н.В. Фінансова стійкість страхових компаній (методологія оцінки та механізми забезпечення): дис. ... докт. екон. наук: спец. 08.00.08 - гроші, фінанси і кредит. Суми, 2011. 418с.
 9. Гаманкова О.О. Фінанси страхових організацій: Навч. посіб. - КНЕУ, 2007. - 328 с
 10. Збірник задач з актуарної математики для студентів механіко-математичного та економічного факультету / Упорядник А.Я. Оленко. - К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2005. - 67 с.
 11. Ю. С. Мішура, Г. М. Шевченко, Математика фінансів, Київ, ВПЦ Київського Університету. 350 с. - 2011
 12. Зубченко В.П. "Математичні основи страхування життя". Київ, ВПЦ «Київський університет», 223 с. - 2016
 3. On approval of amendments to the Rules for the formation of accounting and placement of insurance reserves by types of insurance other than life dated 14.12.2005: Order of the State Commission for Regulation of Financial Services Markets **No. 5117**
 4. On approval of the Methodology for the formation of reserves for life insurance of the FSR; Order, Methodology dated 27.01.2004 **No. 24**
 5. REVERCHUK S., SYVA T., KUBIV S., VOVCHAK O. (2005) History of Insurance, Kyiv.: "Znannia", pp. 213.
 6. OSADETS S., (2006) Insurance, Kyiv: KNEU - pp 528.
 7. BOIKO A., (2010) Theoretical foundations and practical experience in ensuring the financial stability of the insurance company. Economic Sciences. Series "Accounting and Finance": a collection of scientific works. № 7 (25). Ch. 4. pp. 36–50.
 8. TKACHENKO N., (2011) Financial stability of insurance companies (assessment methodology and collateral mechanisms): dis. ... doc. econ. Sciences: special. 08.00.08 - money, finance and credit. Sumy, pp. 418
 9. HAMANKOVA O., (2007) Finance of insurance organizations: Textbook. posib. - KNEU. - pp. 328
 10. Collection of problems in actuarial mathematics for students of the Faculty of Mechanics, Mathematics and Economics / Compiled by A.Y. Olenko. - K.: Publishing and printing center "Kyiv University", 2005. - 67 p
 11. MISHURA Yu., SHEVCHENKO G., (2011) Mathematics of Finance, Kyiv, VPC Kyiv University. - 350 p
 12. ZUBCHENKO V., (2016) Mathematical Foundations of Life Insurance. Kyiv, VPC Kyiv University, p. 223
- References**
1. The Law of Ukraine (Document **85/96-BP**, dated 07.03.1996) "On Insurance"
 2. The Law of Ukraine (Document **2664-III**, dated 12.07.2001) "On Financial Services and State Regulation of Financial Service Markets"

Надійшла до редколегії 22.07.2022

УДК 519.21

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2022/3.4>

В.П. Зубченко¹, к.ф.-м.н.
П.В. Александрова²

**Дослідження динаміки інструменту
своп процентної ставки із
використанням методів машинного
навчання**

^{1,2}Київський національний університет
імені Тараса Шевченка, 01033, Київ, вул. Воло-
димирська, 64.

e-mail: ¹volodymyr.zubchenko@knu.ua

²aleksandrova.polina@knu.ua

V.P. Zubchenko¹, Ph.D.
P.V. Aleksandrova²

**Study of the dynamics of the interest rate
swap using machine learning methods**

^{1,2}Taras Shevchenko National University of
Kyiv, 01033, Kyiv, 64 Volodymyrska st.

e-mail: ¹volodymyr.zubchenko@knu.ua

²aleksandrova.polina@knu.ua

Своп процентної ставки є класичним для європейської фінансової системи інструментом зменшення потенційного впливу вказаних ризиків, однак новим для українського міжбанківського ринку. Перші аукціони між Національним банком України та комерційними банками із випуску своїх процентної ставки відбулись у другій половині 2020 р. Він передбачає, що одна сторона пропонує іншій фіксовану процентну ставку, що нараховується на умовну суму, а інша сторона - плаваючу відсоткову ставку. Остання розраховується на основі Українського індексу міжбанківських ставок овернайт (UONIA). Дисконтування майбутніх грошових потоків здійснюється за ставками кривої безкупонної доходності, побудованої за гривневими ОВДП. В обумовлений строк відбуваються розрахунки сторін з обчислення різниці процентних платежів. Ключовим питанням математичного моделювання операцій своп процентної ставки є дослідження справедливої вартості цього фінансового інструменту в майбутні моменти часу. Зокрема, важливо прогнозувати потенційні зміни справедливої вартості при зміні коефіцієнтів кривої безкупонної доходності та при певних трендах індексу міжбанківських ставок овернайт. У роботі проведено дослідження чутливості зазначених факторів на динаміку свопу процентної ставки, побудовано прогноз майбутньої динаміки інструменту в залежності від зміни ключових макроекономічних показників.

Ключові слова: своп процентної ставки, машинне навчання, український індекс міжбанківських ставок овернайт, справедлива вартість, крива безкупонної доходності.

For the European financial system, the interest rate swap is a well-known mechanism to reduce the potential effects of these risks, but it is new to the Ukrainian interbank market. In the second half of 2020, the National Bank of Ukraine and commercial banks held their first interest rate swap auctions. According to this provision, one party offers the other a floating interest rate while the other offers a fixed interest rate based on a conditional amount. Based on the Ukrainian overnight interbank rate index, the latter is computed (UONIA). Future cash flows are discounted at rates determined by the zero coupon yield curve created for hryvnia government bonds. The parties agree on how to calculate the difference in interest payments within the predetermined period of time. The analysis of the fair value of this financial instrument at future points in time is the main concern of mathematical modeling of interest rate swap transactions. Predicting future changes in fair value is particularly crucial when the zero coupon yield curve's coefficients vary and when there are specific trends in the index of overnight interbank rates. The sensitivity of the specified factors to the interest rate swap's dynamics was investigated in the study, and a forecast of the instrument's future dynamics based on the change in important macroeconomic indicators was developed.

Key words: interest rate swap, machine learning, Ukrainian overnight interbank rate index, fair value, zero coupon yield curve.

1 Теоретична частина

Своп в стандартному розумінні міжбанківських операцій – це домовленість між кількома сторонами про обмін певною кількістю інструментів за визначеними наперед правилами у майбутньому. Очевидно, що робити обмін повними сумами не має ніякого сенсу, тому зазвичай говорять про отримання якоюсь зі сторін різниці цін визначених інструментів.

Суть інструменту своп процентної ставки полягає в обміні між банками доходом продюкованим різницею “зароблених” відсотків.

НБУ випускає віртуальний номінал, від якого розраховується щоквартальний реальний купонний дохід.

Відсоток зі сторони НБУ “плаваючий”, тобто змінний, а зі сторони банку фіксований. Цей фіксований відсоток визначається аукціоном при випуску свопа. Аукціон проводиться згідно зі затвердженим графіком, який публікується на сайті Національного банку України.

НБУ в свою чергу банку щоквартально робить виплату, але вже під плаваючий відсоток від віртуального номіналу. Цей відсоток розраховується як добуток приростів UONIA (український індекс міжбанківських ставок овернайт) за даний період:

$$I_{fl} = \left(\prod_{k=1}^{m_0} \left[1 + \frac{UONIA_k \times d_k}{365} \right] - 1 \right) \times \frac{365}{m}$$

UONIA є індикатором вартості короткострокових гривневих ресурсів, які надаються/залучаються на міжбанківському ринку України шляхом укладення кредитних та депозитних угод на строк овернайт.

НБУ розраховує та оприлюднює значення UONIA на сайті.

Отож тепер постає питання: чи вигідна дана операція та кому саме? Для цього необхідно продисконтувати 2 грошових потоки на один і той самий час. І різниця між відсотковим доходом НБУ та відсотковим доходом банку буде складати шукану справедливую вартість свопу.

$$\begin{aligned} FV_{D \text{ OIS}} &= FV_{B \text{ fix}} - FV_{B \text{ fl}} = \\ &= \sum_{j=1}^n (CF_j \times e^{-i_{t_j}^* \times t_j}) - N \times \left(1 + \frac{I_{fl} \times m}{365} \right) \end{aligned}$$

– для випадку, якщо Національний банк є платником плаваючої ставки за свопом індексу UONIA і з протилежними знаками, якщо навпаки.

2 Практична частина

Для реалізація розрахунку справедливої вартості свопу було використано Microsoft Excel.

Для розрахунку справедливої вартості свопу для банку потрібно побудувати криву безкупонної доходності, побудовану за гривневими ОВДП за моделлю Свенссона. Для цього потрібно побудувати криву зі змінними параметрами beta0, beta1, beta2, beta3, tau, tau1, які визначаються НБУ практично тиждень:

$$\begin{aligned} S_p &= \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1 - e^{-p/\tau}}{(p/\tau)} \right) + \\ &+ \beta_2 \left(\frac{1 - e^{-p/\tau}}{(p/\tau)} - e^{-p/\tau} \right) + \\ &+ \beta_3 \left(\frac{1 - e^{-p/\tau_1}}{(p/\tau_1)} - e^{-p/\tau_1} \right) \end{aligned}$$

І тепер використавши формулу наведену вище рахуємо справедливу вартість свопу на будь-який момент часу, що вже відбувся. Цікавим в цьому дослідженні є те, чи можна прогнозувати різницю справедливих вартостей. Очевидно, що для цього потрібно спрогнозувати динаміку плаваючої відсоткової ставки, яка напряму залежить від UONIA, а також динаміку кривої безкупонної доходності, побудовану за гривневими ОВДП, оскільки вона також важлива для моделювання справедливої вартості свопу.

Для прогнозування ставки овернайт було використано кілька методик.

1) Середнє арифметичне – кожне наступне значення ставки розраховується як середнє арифметичне попередніх днів. Цей спосіб не є найкращим, оскільки, наприклад, за час Російського вторгнення в Україну змінився розрахунок UONIA, а з 17.03.2022 року зафіксувався на рівні 9%. Це очевидно впливає на середнє значення і не дає точного прогнозу. До початку вторгнення та відповідно цих змін в політиці розрахунку UONIA цей метод також не давав адекватних результатів.

2) Паралельно кривій безкупонної доходності, побудовану за гривневими ОВДП – логіка

використання цього методу полягає у тому, що методика всієї оцінки справедливої вартості будується як лінійна комбінація UONIA та спот-ставки, яка в свою чергу утворює синтетичну криву, яка залежить від макропараметрів. Крива безкупонної доходності це також синтетична крива, а, отже, на UONIA в певній мірі впливають ті самі зміни, що і на криву безкупонної доходності, тобто зміни макропоказників.

Можна також поглянути на правильність цього методу і з іншого боку: крива безкупонної доходності розрахована на довгостроковість, тоді коли UONIA – ставка однієї ночі. Отже, потрібно криву “дотягнути” на проміжок однієї ночі. Аналізуючи зміни лівого краю кривої безкупонної доходності в різні дні (відповідно для різних параметрів) та ставки UONIA в цей самий час бачимо, що зміни пропорційні – зі “стрибком” краю кривої безкупонної доходності збільшується і ставка UONIA, що говорить про те, що залежність між ними існує і воно прямо пропорційна.

3) Другий спосіб кращий, ніж перший, але проблема другого полягає в тому, що, як зазначалося, крива безкупонної доходності розрахована на довгострокові інструменти, отже, потрібно шукати інструмент для короткострокових. Найбільше нам підходить Український індекс ставки по депозитам фізичних осіб (англ. Ukrainian Index of Retail Deposit Rates, далі UIRD), що розраховується на підставі номінальних ставок депозитів фізичних осіб, що декларуються головними представниками українського ринку банківських депозитів – 20 провідними комерційними банками України.

На сайті Trading Economics наведено прогноз динаміки UIRD, який і брався для моделювання динаміки UONIA.

Ще одним важливим параметром, від якого залежить справедлива вартість свопу, є крива безкупонної доходності, побудована за гривневими ОВДП.

Оскільки вона, як було сказано вище, залежить від 6 параметрів, які в свою чергу мають складну ієрархію залежностей від інших показників, побудуємо середнє арифметичне для піврічного терміну, річного, 2-річного, 3-річного та 4-річного для 13 дат оприлюднення коефіцієнтів параметричної моделі Свенссона. Терміни під 0,5 року до 4 років обрані саме таким чином, оскільки це основні строки, по яким

емітуються ОВДП.

Ще одним важливим параметром, від якого залежить справедлива вартість свопу, є крива безкупонної доходності, побудована за гривневими ОВДП.

Оскільки вона, як було сказано вище, залежить від 6 параметрів, які в свою чергу мають складну ієрархію залежностей від інших показників, побудуємо середнє арифметичне для піврічного терміну, річного, 2-річного, 3-річного та 4-річного для 13 дат оприлюднення коефіцієнтів параметричної моделі Свенссона. Терміни під 0,5 року до 4 років обрані саме таким чином, оскільки це основні строки, по яким емітуються ОВДП.

Порівнюючи отримані середні арифметичні з обліковою ставкою (IR), бачимо, що залежність існує, причому вона прямо пропорційна, а кореляційна матриця показує наявність кореляції (0,93077). Тобто при збільшенні або зменшенні облікової ставки крива безкупонної доходності піднімається або опускається відповідно.

Також в певному наближенні існує пряма пропорційність між показником інфляції та UONIA, що впливає із аналізів графіків їх поведінки. Аналогічна залежність і від облікової ставки. Отже, UIRD та UONIA корелюють (а з економічної точки зору – залежать) від динаміки облікової ставки, а також це підтверджує припущення про те, що моделювати динаміку UONIA можна опираючись на динаміку UIRD (як з математичної, так і з економічної точки зору).

Для застосування методів машинного навчання для прогнозування динаміки UONIA було створено базу даних, яка містила динаміку ставки. Використовуючи моделі авторегресії (AR), ковзного середнього (MA) та ARIMA з параметрами, які в ході дослідження виявились найкращими, – (2, 1, 1) – отримуємо такі результати: ARIMA є комплексним методом, який включає в себе інші два методи (авторегресію та ковзне середнє), тому його використання є, грубо кажучи, зваженим та виключає недоліки кожного методу по окремої.

Ковзне середнє використовує середнє, що вже не є релевантним для цієї задачі, оскільки економічна величина UONIA не враховує усереднені значення за попередні періоди.

Авторегресія є хорошим методом в даному випадку, оскільки UONIA по своїй суті в біль-

шій мірі це лінійна комбінація деяких економічних величин.

3 Висновки

Для прогнозування будь-яких економічних величин завжди потрібно враховувати їх власне економічну суть, тобто будувати прогнози, застосовуючи знання про залежності цих величин від інших та динаміки світу в цілому. В цьому програють стандартні моделі машинного навчання, оскільки вони сприймають дані виключно як числа без економічного підтексту. Тому для прогнозування необхідно вже закласти певний економічний вплив і тільки потім на цих даних тренувати моделі.

В контексті даної задачі для прогнозування справедливої вартості своєї процентної ставки

достатньо знайти правильний метод прогнозування UONIA та знайти залежність кривої безкупонної доходності від макропоказників.

В результаті дослідження було виявлено, що як базу прогнозування UONIA можна використовувати прогноз іншого, схожого по своїй економічній суті, показника – UIRD. І після накладення цього прогнозу вже можна застосовувати модель машинного навчання ARIMA, яка має відносно недовгий час роботи та адекватну точність.

У випадку збільшення облікової ставки піднімється і крива безкупонної доходності, що збільшить відсотковий дохід комерційних банків і це може призвести до ефекту, коли різницю відсоткових доходів платитиме протилежна сторона до очікуваної.

Список використаних джерел

1. Постанова Правління НБУ від 28.05.2020 № 67 "Про затвердження Положення про проведення Національним банком України на міжбанківському ринку операцій своп процентної ставки"(зі змінами, унесені постановою Правління НБУ від 18.06.2020 № 76): https://bank.gov.ua/ua/legislation/Regulation_28052020_67
2. Графік проведення аукціонів своп процентної ставки: <https://bank.gov.ua/ua/markets/money-market/irs>
3. Положення про розрахунок та оприлюднення Українського індексу міжбанківських ставок овернайт (UONIA): <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/vr405500-20#Text>
4. Ринок грошей: динаміка UONIA: <https://bank.gov.ua/ua/markets/uonia-chart?startDate=31.12.2020&endDate=16.05.2022>
5. Про затвердження Змін до Порядку оцінки справедливої вартості похідних фінансових інструментів, операції з якими здійснює Національний банк України: https://bank.gov.ua/ua/legislation/Decision_19062020_415-rsh
6. Коефіцієнти кривої безкупонної доходності, побудованої за гривневими ОВДП: <https://bank.gov.ua/ua/markets/ovdp/fair-value>
7. Модель Свенссона: https://zakononline.com.ua/documents/show/366367___652927
8. Індекс ставок за депозитами фізичних осіб: <https://index.minfin.com.ua/ua/banks/deposit/index/>
9. Deposit Interest Rate in Ukraine: <https://tradingeconomics.com/ukraine/deposit-interest-rate>
10. Ukraine Interest Rate: <https://tradingeconomics.com/ukraine/interest-rate>
11. Код: <https://drive.google.com/file/d/1Ilr2CcHEW7hri4-Y-ORk2qDbCuxZJjFU/view?usp=sharing>
12. Excel файл калькулятор справедливої вартості своп процентної ставки: <https://docs.google.com/spreadsheets/d/1IXd-Le-ihId9SGrNeVCX18W7eL1b444Y/edit?usp=sharing&oid=104784915637989918366&rtpof=true&sd=true>

References

1. Resolution of the NBU Board dated 05/28/2020 No. 67 "On approval of the Regulation on conducting interest rate swap operations by the National Bank of Ukraine on the interbank market"(as amended by NBU Board Resolution No. 76 of 06/18/2020): https://bank.gov.ua/ua/legislation/Regulation_28052020_67
2. Schedule of interest rate swap auctions: <https://bank.gov.ua/ua/markets/money-market/irs>
3. Regulations on the calculation and publication of the Ukrainian overnight interbank rate index (UONIA): <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/vr405500-20#Text>
4. Money market: UONIA dynamics: <https://bank.gov.ua/ua/markets/uonia-chart?startDate=31.12.2020&endDate=16.05.2022>
5. On the approval of the Amendments to the Procedure for estimating the fair value of derivative financial instruments, transactions with which the National Bank of Ukraine carries out: https://bank.gov.ua/ua/legislation/Decision_19062020_415-rsh
6. Coefficients of the zero-coupon yield curve constructed for hryvnia OVDP: <https://bank.gov.ua/ua/markets/ovdp/fair-value>
7. Svensson model: https://zakononline.com.ua/documents/show/366367___652927
8. Rate index for deposits of individuals: <https://index.minfin.com.ua/ua/banks/deposit/index/>
9. Deposit Interest Rate in Ukraine: <https://tradingeconomics.com/ukraine/deposit-interest-rate>
10. Ukraine Interest Rate: <https://tradingeconomics.com/ukraine/interest-rate>
11. Code: <https://drive.google.com/file/d/1Ilr2CcHEW7hri4-Y-ORk2qDbCuxZJjFU/view?usp=sharing>
12. Excel file interest rate swap fair value calculator: <https://docs.google.com/spreadsheets/d/1IXd-Le-ihId9SGrNeVCX18W7eL1b444Y/edit?usp=sharing&ouid=104784915637989918366&rtpof=true&sd=true>

Надійшла до редакції 12.09.22

УДК 512.552

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2022/3.5>

Бондаренко В. М., д. ф.-м. н., проф.

Bondarenko V. M., Dr. Sci., Prof.

Козображення матричних алгебр Манна

Corepresentations of Munn matrix algebras

Інститут математики НАН України,
01024, м. Київ, вул. Терещенківська, 3,
e-mail: vitalij.bond@gmail.com

Institute of Mathematics of NAS of Ukraine,
01024 Kyiv, Tereshchenkivska str., 3,
vitalij.bond@gmail.com

Нехай $\mathcal{A}$ — алгебра над полем K , m і n — натуральні числа і $P = (p_{ji})$ — фіксована $n \times m$ матриця над $\mathcal{A}$. K -векторний простір усіх $m \times n$ матриць над алгеброю $\mathcal{A}$ можна перетворити в алгебру відносно наступної операції ($\circ$): $B \circ C = BPC$. Ця алгебра називається матричною алгеброю Манна над $\mathcal{A}$ із сендвіч-матрицею P . Алгебри такого типу виникли як узагальнення напівгрупових алгебр матричних напівгруп Ріса, які, в свою чергу, тісно пов'язані з простими напівгрупами. У цій статті описано твірні та визначальні співвідношення матричних алгебр Манна із регулярною сендвіч-матрицею.

Ключові слова: козображення, твірні елементи та визначальні співвідношення, некомутативний поліном, алгебра Манна, напівгрупа Ріса, регулярна сендвіч-матриця

Let $\mathcal{A}$ be an algebra over a field K , m and n natural numbers and $P = (p_{ji})$ a fixed $n \times m$ matrix over $\mathcal{A}$. The K -vector space of all $m \times n$ matrices over the algebra $\mathcal{A}$ can be made into an algebra with respect to the following operation ($\circ$): $B \circ C = BPC$. This algebra is called the Munn matrix algebra over $\mathcal{A}$ with sandwich matrix P . The algebras of such type arose as generalizations of semigroup algebras of Rees matrix semigroups which in turn are closely related to simple semigroups.

This article describes the generators and defining relations of Mann matrix algebras with a regular sandwich matrix.

Key Words: corepresentation, generators and defining relations, noncommutative polynomial, Mann algebra, Rees semigroup, regular sandwich matrix

1 Introduction

Munn matrix algebras arose as generalizations of semigroup algebras of Rees matrix semigroups which in turn are closely related to simple semigroups (see [1]).

Let G be a finite group and $G^0 = G \cup 0$ the group with zero (the adjunction of a zero element 0 to G means, by definition, that $00 = 0g = g0 = 0$ for all $g \in G$, what make $G \cup 0$ a semigroup with zero). For I and J be nonempty finite sets, denote by $M^0(G; I, J)$ the set of all $I \times J$ matrices over G^0 and by $M_1^0(G; I, J)$ its subset consisting of the matrices having at most one non-zero entry.

Now let $P = (p_{ji})$ be arbitrary fix $J \times I$ matrix over G^0 such that each row and each column consists at least one non-zero entry (such a matrix is called regular). The set $M_1^0(G; I, J)$ can be made into a semigroup with respect to the following operation ($\circ$): $B \circ C = BPC$. This semigroup

is called the Rees $I \times J$ matrix semigroup over G^0 with sandwich matrix P , and is denoted by $\mathcal{M}^0(G; I, J; P)$.

By the Rees theorem a finite semigroup is completely 0-simple if and only if it is isomorphic with Rees matrix semigroup over a group with zero (a semigroup is called simple if it does not properly contain any two-sided ideal, and 0-simple if it additionally contains a primitive idempotent).

The Munn algebras are defined in the same way as the Rees semigroups, but instead of a group with zero one need to take an algebra. A particular case of the Mann algebras are the contracted semigroup algebras of Rees semigroups.

In this paper we study corepresentations of Mann algebras.

2 Generators and defining relations of Munn algebras

Through the paper K be a field and $\mathcal{A}$ a finite-dimensional unital algebra over K . In the definition of the Mann algebra (see Introduction) we put $I = \{1, 2, \dots, n\}$, $J = \{1, 2, \dots, m\}$ ($n, m \in \mathbb{N}$).

Definition. Let $\mathcal{A}$ be an algebra over K . Let m and n be natural numbers and let $P = (p_{ji})$ be a fixed $n \times m$ matrix over $\mathcal{A}$. The K -vector space of all $m \times n$ matrices over the algebra $\mathcal{A}$ can be made into an algebra with respect to the following operation ($\circ$): $B \circ C = BPC$. This algebra is called the *Munn $m \times n$ matrix algebra over $\mathcal{A}$ with sandwich matrix P* and is denoted by $\mathcal{M}(\mathcal{A}; m, n; P)$.

By analogy with the Rees semigroups, the matrix P could be called regular if each row and each column consists at least one invertible entry. But since after replacing the matrix P by an equivalent matrix $P' = XPY$ (with invertible X and Y) we obtain an isomorphic Mann algebra, it suffices to require that there be at least one invertible entry. Namely such matrices P we call regular and will assume without loss of generality that p_{11} is invertible in $\mathcal{A}$. For the same reason, we can somewhat simplify matrix P , assuming that p_{11} is equal to the identity element of $\mathcal{A}$ and the remaining entries of the first row and first column are equal to zero. Just such a variant is considered in Theorem 1.

Recall that a corepresentation (or presentation) of an algebra $\mathcal{A}$ is, by definition, a pair $\langle A|R \rangle$, where A is a set of generators and R a set of defining relations for the given set of generators. Then one writes $\mathcal{A} = \langle A|R \rangle$. For convenience, the relations (non-commutative polynomials in elements of A) are written not only in the form $f = 0$, but also in the form $f_1 = f_2$.

The following theorem defines corepresentation of any Munn algebras $\mathcal{M}(\mathcal{A}; m, n; P)$ with regular sandwich matrix.

Theorem 1. *Let $\mathcal{A}$ be a finite-dimensional algebra with identity e over a field K and $\langle A|R \rangle$ be its corepresentation with*

$$A = \{a_0 = e, a_1, \dots, a_s\},$$

$$R = \{f_1 = g_1, \dots, f_r = g_r\},$$

where $a_1, \dots, a_s \neq 0$ and $f_i = f_i(a_1, \dots, a_s)$, $g_i = g_i(a_1, \dots, a_s)$ are non-commutative polynomials over K .

Let $P = (p_{ji})$ be an $n \times m$ matrix over $\mathcal{A}$ such that $p_{11} = e, p_{1i} = 0, p_{j1} = 0$ ($i = 2, \dots, m; j = 2, \dots, n$). For $n, m \in \mathbb{N}$, introduce the sets

$$\Gamma = \{\gamma_2, \dots, \gamma_m\}, \quad \Lambda = \{\lambda_2, \dots, \lambda_n\}.$$

Then we have the corepresentation $\langle M|\bar{R} \rangle$ for the Munn algebra $\mathcal{M} = \mathcal{M}(\mathcal{A})$, where $M = A \cup \Gamma \cup \Lambda$ and $\bar{R}$ consists of the following relations:

- (1) the relation from R ;
- (2) $a_0 a_i = a_i a_0 = a_i$ ($i = 0, \dots, s$);
- (3) $a_0 \gamma_i = 0, \gamma_i a_0 = \gamma_i$ ($i = 2, \dots, m$);
- (4) $a_0 \lambda_j = \lambda_j, \lambda_j a_0 = 0$ ($j = 2, \dots, n$);
- (5) $\gamma_i \gamma_{i'} = 0$ ($i, i' = 2, \dots, m$);
- (6) $\lambda_j \lambda_{j'} = 0$ ($j, j' = 2, \dots, n$);
- (7) $\lambda_j \gamma_i = p_{ji}$ ($i = 2, \dots, m; j = 2, \dots, n$).

Proof. First, indicate which element of $\mathcal{M}$ corresponds to each generator.

For $x \in \mathcal{A}$ and $i \in \{1, \dots, m\}, j \in \{1, \dots, n\}$, denote by $(x)_{ij}$ the matrix from $\mathcal{M}$ with its (i, j) th entry being x , and its remaining entries being 0; the expression $(0)_{ij}$ mean the $I \times J$ zero matrix 0. Then, by the above definition,

$$(b)_{ij} \circ (c)_{i'j'} = (bp_{ji'}c)_{ij'} \quad (1)$$

and in particular (taking into account the equality $p_{11} = 1$)

$$(bc)_{ij} = (b)_{i1} \circ (c)_{1j}. \quad (2)$$

As the generators indicated in the condition of the theorem, we take the following matrices (as elements of $\mathcal{M}$):

$$a_k = (a_k)_{11}, \quad \gamma_i = (e)_{i1}, \quad \lambda_j = (e)_{1j} \quad (3)$$

for $k \in \{0, 1, \dots, s\}, i \in \{2, \dots, m\}, j \in \{2, \dots, n\}$.

Prove that these elements form a system of generators of $\mathcal{M}$.

Denote by $\bar{A}^e$ all words in the set $A \setminus e$ (as an alphabet) and put $\bar{A} = \bar{A}^e \cup e$, $(\bar{A}) = \{(\bar{a})_{ij} \mid \bar{a} \in \bar{A}, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n\}$. Since the elements of $\bar{A}$ form a system of generators of $\mathcal{A}$ as a vector space, all elements from $(\bar{A})$ form a system of generators of $\mathcal{M}$ as a vector space. Hence to prove that the elements from M form a system of generators of the algebra $\mathcal{M}$, it suffices to show that each element from $(\bar{A})$ is a product of elements from M , and according to (2), it suffices to check this for elements of the form $(a_r)_{i1}$ with $i \neq 1$ and $(a_r)_{1j}$ with $j \neq 1$. Using equality (2) again, we have $(a_r)_{i1} = \gamma_i(a_r)_{11}$ and $(a_r)_{1j} = (a_r)_{11}\lambda_j$. So the elements from M form system of generators of the algebra $\mathcal{M}$.

Now we show that the set of relations $\bar{R}$ defines the algebra $\mathcal{M}$. In other words, there is no relation between generators from the set M which would not follow from the relations of $\bar{R}$. Assume the contrary and let F be a non-commutative polynomial in variables from M such that $F = 0$ and it is not a consequence of the relations from the set M .

It follows from the equations (2) and (3) (see the condition of the theorem) that $a_r \gamma_i = 0, \gamma_i a_r = \gamma_i$ for each $a_r \in A$. Therefore every word in M containing γ_i is equal to γ_i .

The same is true for λ_j (because of equalities (2) and (4)). Taking into account also equalities (5), (6) and (7), we have that

$$F = f(a_0, a_1, \dots, a_s) +$$

$$+ \sum_{2 \leq i \leq m} x_i \gamma_i + \sum_{2 \leq j \leq n} y_j \lambda_j + \sum_{\substack{2 \leq i \leq m \\ 2 \leq j \leq n}} z_{ij} \gamma_i \lambda_j,$$

where $x_i, y_j, z_{ij} \in K$.

Since the non-zero parts of the matrices that correspond (according to the definitions) generators from M do not intersect, then, substituting these matrices into the equality $F = 0$, we obtain that all x_i, y_j, z_{ij} are equal to zero. Hence the equality $F = 0$ turned into the equality $f(a_0, a_1, \dots, a_s) = 0$ and we came to a contradiction, since this relation is a consequence of relations from R .

Theorem 1 is proved.

Список використаних джерел

1. Clifford A. H., Preston G. B. The algebraic theory of semigroups (volume) / A. H. Clifford, G. B. Preston // American Mathematical Society, Providence RI, 1961. – XV+254 pp.

References

1. CLIFFORD A. H., PRESTON G. B. (1961) *The algebraic theory of semigroups. Vol. 1*, American Mathematical Society, Providence, RI, XV+254 pp.

Надійшла до редколегії 14.05.2022

КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ ТА ІНФОРМАТИКА

УДК 004.021

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2022/3.6>

Замрій І.В.¹, к.ф.-м.н., доц.,
Вишнівський В. В.², д.т.н., проф.

I. V. Zamrii¹, Cand. of Phys. and Math. Sc. (Ph.D.),
Associate Professor,
V. V. Vyshnivskiy², D.Sc., Professor

**Метод ідентифікації атомарних
елементів інформаційного простору за
допомогою єдиного інформаційного
простору**

**Method of identification of atomic elements of
information space with the help of a unified
information space**

^{1,2} Державний університет телекомунікацій,
03141, м. Київ, вул. Солом'янська, 7

^{1,2} State University of Telecommunications, 03141,
Kyiv, Solomianska street, 7

e-mail: ¹irinafraktal@gmail.com ²vish_vv@ukr.net

У статті розглядається метод, який дозволяє ідентифікувати вхідний атомарний елемент інформаційного простору шляхом об'єднання інформаційних просторів в єдиний інформаційний простір (це інформаційна модель складної предметної області, яка включає інформаційні об'єкти, зв'язки між ними, середовище простору та процеси, що супроводжують створення єдиного інформаційного простору). Даний метод дозволяє виконати уточнення відсутніх ознак для вхідного елемента для забезпечення можливості додавання його до єдиного інформаційного простору.

Ключові слова: єдиний інформаційний простір, інформаційна система, параметри елемента інформаційного простору, штучний інтелект.

The article considers a method that allows to identify the input atomic element of the information space by combining information spaces into a unified information space (this is an information model of a complex subject area, which includes information objects, relationships between them, space environment and processes). This method allows you to refine the missing features for the input element to enable it to be added to a unified information space.

Key words: unified information space, information system, parameters of the information space element, artificial intelligence.

Широке використання інтегрованих інформаційних систем управління даними обумовлене необхідністю та потребою в автоматизації та оптимізації роботи. На підприємствах з підвищеними ризиками небезпеки виключення участі людини у технологічних процесах є необхідністю, а швидкість та точність обміну інформацією є одним із ключових факторів успішного виконання технічних завдань. Тому сучасні підприємства та установи все більше застосовують інтегровані інформаційні системи управління даними, як для управління підприємства, так, і для комп'ютеризації технологічних, фінансових, логістичних та інших процесів. Основним та найбільш перспективним методом комп'ютеризованого управління складними динамічними системами та процесами в життєво важливих і критичних з точки зору безпеки та надійності галузях є диспетчерське

управління, моніторинг та диспетчеризація – SCADA (Supervisory Control And Data Acquisition) системи. На принципах SCADA-систем будуються великі автоматизовані системи в промисловості, енергетиці, транспорті, в космічній та військових галузях, при комп'ютеризації будівель та споруд.

Огляд останніх досліджень та публікацій. Інтеграція комп'ютеризованих систем усіх підрозділів підприємства в єдиний інформаційний простір сукупності всіх інформаційних систем є необхідністю для забезпечення стійкості технологічних, фінансових, логістичних та інших процесів та їх взаємозв'язків в єдиній системі. Актуальність даного питання в різних галузях підтверджується роботами [1]-[3].

У роботі [4] описано методику створення єдиного інформаційного простору на сучасному виробничому підприємстві з функціонально

стійким виробничим процесом. Сучасні промислові підприємства у великій мірі автоматизовані та здатні автономно виконувати багато технологічних процесів протягом наперед заданих часових інтервалів випускаючи продукцію з високими стандартами споживчої та експлуатаційної якості. Залежно від типу, призначення, способу організації технічної системи, нині гостро стоїть проблема мінімізації впливу людського фактору у виробничих процесах, розвитку критеріїв оцінки і методів підвищення функціональної стійкості для інформаційних систем підприємства; ретельне вивчення окремих класів технічних систем і визначення найбільш ефективних засобів підвищення їх функціональної стійкості [5].

У роботі [6] розроблено математичну модель інформаційного простору виробничого підприємства на основі пов'язаних даних та побудовано на її основі архітектуру розподіленої інформаційної системи, функціональність якої може бути збільшена шляхом додавання нових модулів та схем даних шляхом конфігурування керуючих компонентів. Запропонована модель єдиного інформаційного простору показує взаємодії користувача з інформаційним простором та забезпечує ефективне виконання завдань оперативного управління.

Під час використання інтегрованих інформаційних систем управління даними виникає багато питань стосовно розпізнавання даних та розподілу їх по різних системах і базах даних, встановлення всіх зв'язків, тобто параметрів. Так у роботі [7] запропоновано метод, що дозволяє відповідати вимогам щодо надання достовірної та послідовної інформації про структурні підрозділи компанії та призначати спеціальні ролі для основних інформаційних об'єктів організації. У роботі [8] розглядається підхід до виділення критеріїв для унікальної ідентифікації деяких важливих видів інформаційних об'єктів, незалежно від виду носія або конкретного кодування. Про ідентифікацію одночасно в декількох базах даних йдеться у роботі [9]. У роботі [10] запропоновано оптимізований алгоритм, який в 30 разів швидше виявляє об'єкти у реальному часі. Покращений метод на основі пошуку сукупності для налаштування параметрів ознак екстрактора, що дозволяє отримати найкраще значення в інформаційному та вартісному значенні параметрів функціонуючої системи розпізнавання зображень за кілька ітерацій роботи алгоритму відображено у роботі [11].

У роботі [12] розглядаються питання управління якістю та ризиками для зберігання, обробки та відновлення інформації з урахуванням витрат за допомогою різних різних ІТ-методів.

У роботі [13] розглянуто етапи ідентифікації інформаційного об'єкта в єдиному інформаційному просторі та запропоновано метод пошуку відсутніх ознак вхідного об'єкта шляхом реалізації взаємодії інформаційних об'єктів між собою всередині єдиного інформаційного простору, хоча не розглянуто вид топології для реалізації такого пошуку.

Розглянуто методи пошуку та ідентифікації інформаційних об'єктів у роботі [14]. Але розглянуті алгоритми при цьому є досить вузькими і не виходять за рамки простих інтерфейсів, що залишає відкритим питання про розроблення більш масштабованих алгоритмів мінімізації інтерфейсів.

Але не зважаючи на все ідентифікація елементів інформаційного простору, їх відновлення або відновлення параметрів елементів інформаційного простору є не вивченим повністю питанням, яке залежить від типів зв'язків, тобто топології; галузі дослідження, кожна з яких має свою особливість; методів дослідження, які можуть оптимізуватися у зв'язку із тотальною інформатизацією суспільства та іншим.

Мета статті. Метою даної роботи є удосконалення методів ідентифікації елементів інформаційного простору за допомогою єдиного інформаційного простору.

Основні результати досліджень. Розглянемо множину інформаційних просторів, таких як $IS_1, IS_2, \dots, IS_n$, де n — це кількість інформаційних просторів. Кожен такий інформаційний простір має свій набір інформаційних об'єктів — елементів інформаційного простору $e_1, e_2, \dots, e_m$, де m — кількість елементів інформаційного простору. Кожен елемент інформаційного простору має відповідний набір параметрів $t_1, t_2, \dots, t_k$, де k — кількість параметрів, і для кожного $e_1, e_2, \dots, e_m$ кількість параметрів однакова (якщо деякі параметри відсутні, то їх значення дорівнює *NONE*). Вхідні елементи інформаційної системи, інформація про які зчитується за допомогою сенсорів, позначимо через $e_{b_1}, e_{b_2}, \dots, e_{b_i}$.

Зважаючи на те, що в інформаційному просторі всі його елементи різні, тобто $e_1 \neq e_2 \neq \dots \neq e_m$, він може бути представлений як

система, що постійно оновлюється та поповнюється даними. Для цього необхідно:

1. Розпізнати вхідні елементи інформаційної системи e_{b_i} не прив'язуючись до конкретного інформаційного елементу і таким чином сформувати інформаційний простір.

2. Для кожного вхідного елемента інформаційної системи за допомогою сенсорів зчитати його характеристики, тобто параметри.

3. Провести ідентифікацію вхідного елемента інформаційної системи, тобто інформаційний простір повинен однозначно визначити чи існує ще один елемент з аналогічними параметрами.

Формально таку модель можна описати у вигляді:

$$IS = \langle E, T, Z, f \rangle,$$

де E – множина елементів інформаційного простору; T – множина параметрів елементів інформаційного простору; Z – множина типів зв'язків, яка знаходиться як об'єднання множини зв'язків між елементами інформаційного простору та множини зв'язків між параметрами елементів інформаційного простору; f – відображення, що задає конкретне відношення з множини типів зв'язків Z між елементами інформаційного простору.

Єдиний інформаційний простір, що по суті є об'єднанням всіх інформаційних просторів, можна подати у вигляді графа:

$$UIS = \langle IS(E, T, Z, f), \tilde{Z}, \tilde{f} \rangle,$$

де IS – множина інформаційних просторів; $\tilde{Z}$ – множина типів зв'язків, яка знаходиться також як об'єднання множини зв'язків між елементами різних інформаційних просторів та множини зв'язків між параметрами елементів різних інформаційних просторів; $\tilde{f}$ – відображення, що задає конкретне відношення з множини типів $\tilde{Z}$ між множиною інформаційних просторів IS .

Підмножина параметрів T_{ij} визначається для вхідного елемента інформаційного простору e_{b_i} , що подається на вхід інформаційного простору та вже існуючого в інформаційному просторі елемента e_j . Таким чином для кожного вхідного елемента інформаційного простору e_{b_i} є два можливі варіанти: 1) якщо $T_{ij} = T_i \cap T_j$ не співпадає з набором параметрів e_{b_i} та e_j , то такий вхідний елемент вважається новим і включається до інформаційного простору IS , при цьому додаються зв'язки Z_{ij} між новим елементом та вже існуючими; 2) якщо $T_{ij} = T_i \cap T_j$ співпадає з набором параметрів e_{b_i} та e_j , то такий вхідний

елемент вважається ідентифікованим і не включається до інформаційного простору IS .

Таким чином однозначно представляється кожен елемент інформаційного простору в інформаційному просторі.

Розглянемо метод паралельної ідентифікації, який полягає в тому, що пошук елемента інформаційного простору здійснюється незалежно і паралельно у всіх інформаційних просторах. Суть даного методу полягає у наступних кроках:

Крок 1. Потрібно сформувати незалежні інформаційні простори, при цьому можуть виникати повторення елементів інформаційних просторів в різних просторах і навіть в одному й тому ж самому.

Крок 2. Необхідно виключити у кожному сформованому інформаційному просторі всі елементи інформаційних просторів, які повторюються, але в різних інформаційних просторах однакові елементи можуть залишитися.

Крок 3. Проводиться процес порівняння елементів інформаційних просторів у кожному з інформаційних просторів із деяким вхідним елементом інформаційного простору e_{b_i} з набором параметрів $t_1, t_2, \dots, t_k$. Вхідний елемент e_{b_i} однозначно ідентифікується $e_{b_i} = IS_i(e_{b_j})$, якщо значення кожного з параметрів вхідного елемента потрапляє в допустимий інтервал значень $M - D \leq t_k \leq M + D$ для відповідного параметру деякого елемента інформаційного простору. Елементи інформаційного простору мають локальну пам'ять параметрів. Коли відбувається однозначна ідентифікація вхідного елемента, то значення його параметрів додаються в пам'ять відповідних параметрів елемента інформаційного простору. Потім, з множини значень кожного параметру елемента інформаційного простору, визначаються статистичні характеристики, які описують цей параметр – математичне сподівання M та дисперсія D , і чим більше вхідних елементів ідентифікується інформаційним простором, тим більш точними вони стають.

Крок 4. Знайдені елементи інформаційного простору, що відповідають критеріям пошуку виводяться, при цьому уточнюється з якого інформаційного простору.

Крок 5. Проводиться повторне зчитування сенсорами для встановлення відсутніх параметрів вхідного елемента інформаційного простору. При вдалому зчитуванні параметр стає відомим, а при

невдалому — приймає значення *NULL* та ініціюється його пошук.

Крок 6. У разі відсутності ознак для однозначної ідентифікації вхідного елемента необхідно звернутися до так би мовити «глобальної пам'яті» кожного елемента інформаційного простору, які зберігають траєкторії взаємодії та всі разом об'єднуються в єдине сховище даних, тобто необхідно запросити необхідні відсутні параметри.

Крок 7. Якщо ідентифікація не відбулася, тобто вхідний елемент не співпав з жодним елементом інформаційного простору у всіх просторах, то він вважається новим і додається до інформаційного простору в якості ще одного елемента інформаційного простору, якщо значення всіх його параметрів відомі. Для коректної класифікації з метою додавання нових елементів до інформаційного простору використаємо багатовимірний дискримінантний аналіз. Побудуємо функцію, що задається наступним рівнянням:

$$f_{IS_r}^j = \delta_0^r + \delta_1^r t_{1r}^j + \dots + \delta_k^r t_{kr}^j,$$

де $f_{IS_r}^j$ – значення функції для j -го елемента інформаційного простору в IS_r ; $t_{\varphi r}^j$ ($\varphi = 1, \dots, k$) – параметри, які відмінні від *NONE*, для e_j в інформаційному просторі IS_r ; δ_0^r – вільний коефіцієнт, який відповідає простору IS_r ; δ_φ^r ($\varphi = 1, \dots, k$) – коефіцієнти, що відповідають параметрам, відмінним від *NONE* для кожного IS_r .

Обчислюємо значення функції $f_{IS_r}^j$ для кожного e_j ($j = 1, \dots, q$). Потім на основі отриманих значень $f_{IS_r}^j$ для кожного IS_r обчислюємо математичне сподівання $M(f_{IS_r})$ та дисперсію $D(f_{IS_r})$, які дозволяють визначити допустимий інтервал значень і визначити приналежність елемента e_j до деякого інформаційного простору. Таким чином, для вхідного елемента e_{b_i} обчислюється значення функції f та порівнюється із статистичними характеристиками кожного інформаційного простору. Якщо виконується умова

$$M(f_{IS_r}) - D(f_{IS_r}) \leq f \leq M(f_{IS_r}) + D(f_{IS_r}),$$

то вхідний елемент e_{b_i} вважається новим і додається до інформаційного простору у вигляді e_{m+1} . Такий підхід дозволяє однозначно визначити до якого саме інформаційного простору необхідно додати новий елемент.

Блок-схему даного методу наведено на рис.1.

Узагальнимо даний метод ідентифікації вхідного елемента шляхом об'єднання інформаційних просторів в єдиний інформаційний простір. Основою розроблюваного методу є процес об'єднання окремих інформаційних просторів в єдиний інформаційний простір. При цьому, всі інформаційні елементи e_j з усіх інформаційних просторів IS об'єднуються в єдиний інформаційний простір UIS для подальшого пошуку в ньому вхідного елемента e_{b_i} .

Розглянемо основні етапи даного методу:

Крок 1. Формування кожного окремого інформаційного простору незалежно один від одного.

Крок 2. Всі елементи інформаційного простору з усіх інформаційних просторів об'єднуються в єдиний інформаційний простір UIS .

Крок 3. В єдиному інформаційному просторі виключаються елементи інформаційного простору, що повторюються, тобто перебудовується єдиний інформаційний простір UIS_γ .

Крок 4. Вхідний елемент e_{b_i} , що має набір параметрів $t_1, t_2, \dots, t_k$, порівнюється з кожним елементом з UIS_γ . Якщо значення кожного параметра потрапляє в допустимий інтервал значень $M - D \leq t_i \leq M + D$ відповідного параметру деякого елемента e_j , то він однозначно ідентифікується.

Крок 5. Інформаційні елементи, які відповідають критеріям виводяться.

Крок 6. Проводиться повторне зчитування сенсорами для встановлення параметрів вхідного елемента.

Крок 7. Вхідний елемент додається до єдиного інформаційного простору в якості нового елемента інформаційного простору, якщо значення всіх його параметрів є зчитаними і відомими, використовуючи багатовимірний дискримінантний аналіз.

Блок-схему узагальненого методу наведено на рис.2.

За допомогою теоретико-множинного формалізму відбувається пошук елемента інформаційного простору за його параметрами. Для цього множина всіх інформаційних просторів позначається S , яка складається з елементів e_i ($i = \overline{1, m}$), а множина всіх параметрів позначається T і складається з параметрів елементів $t_u(S)$ ($u = \overline{1, n}$), де n – це кількість допустимих ознак.

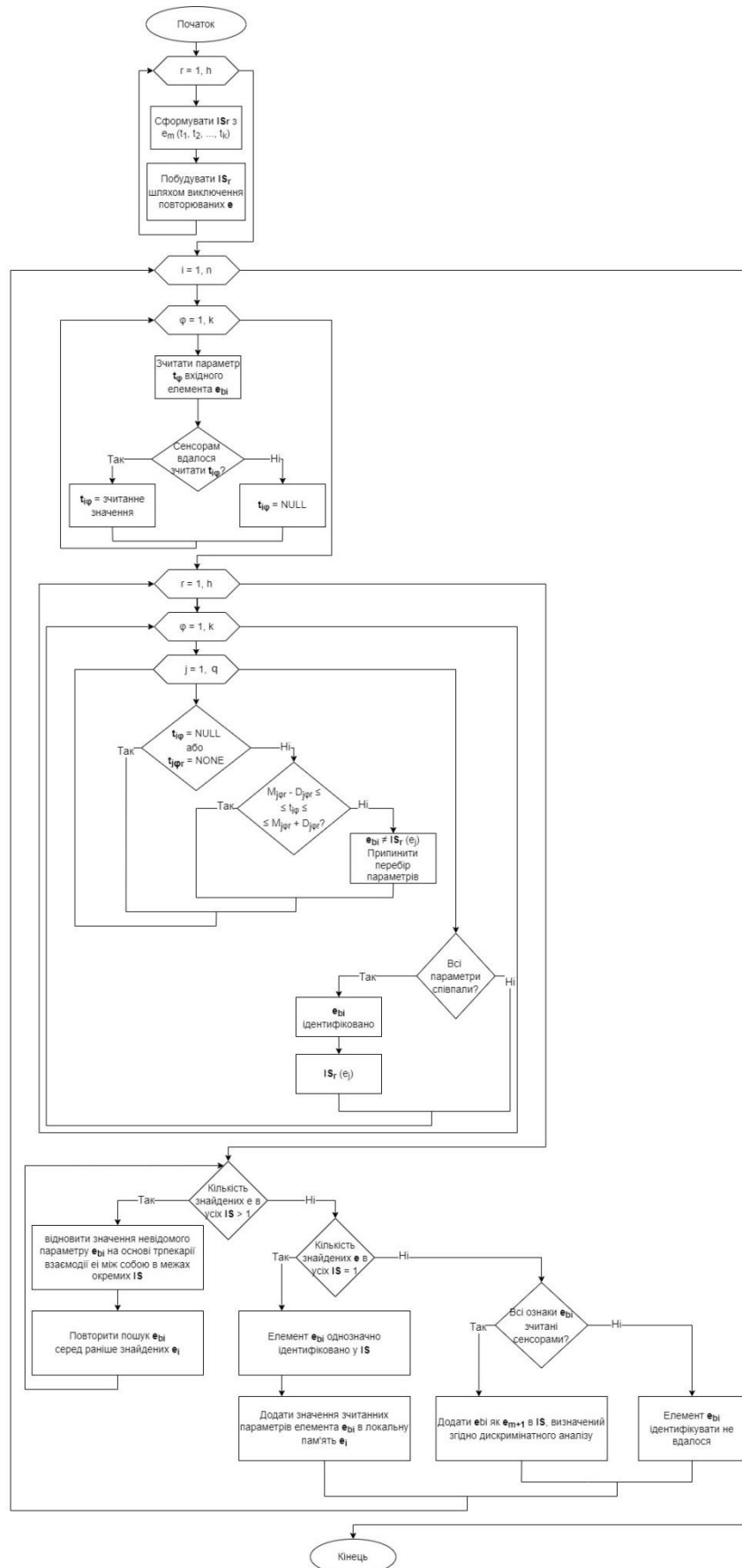


Рис. 1. Схема методу паралельної ідентифікації входного елемента

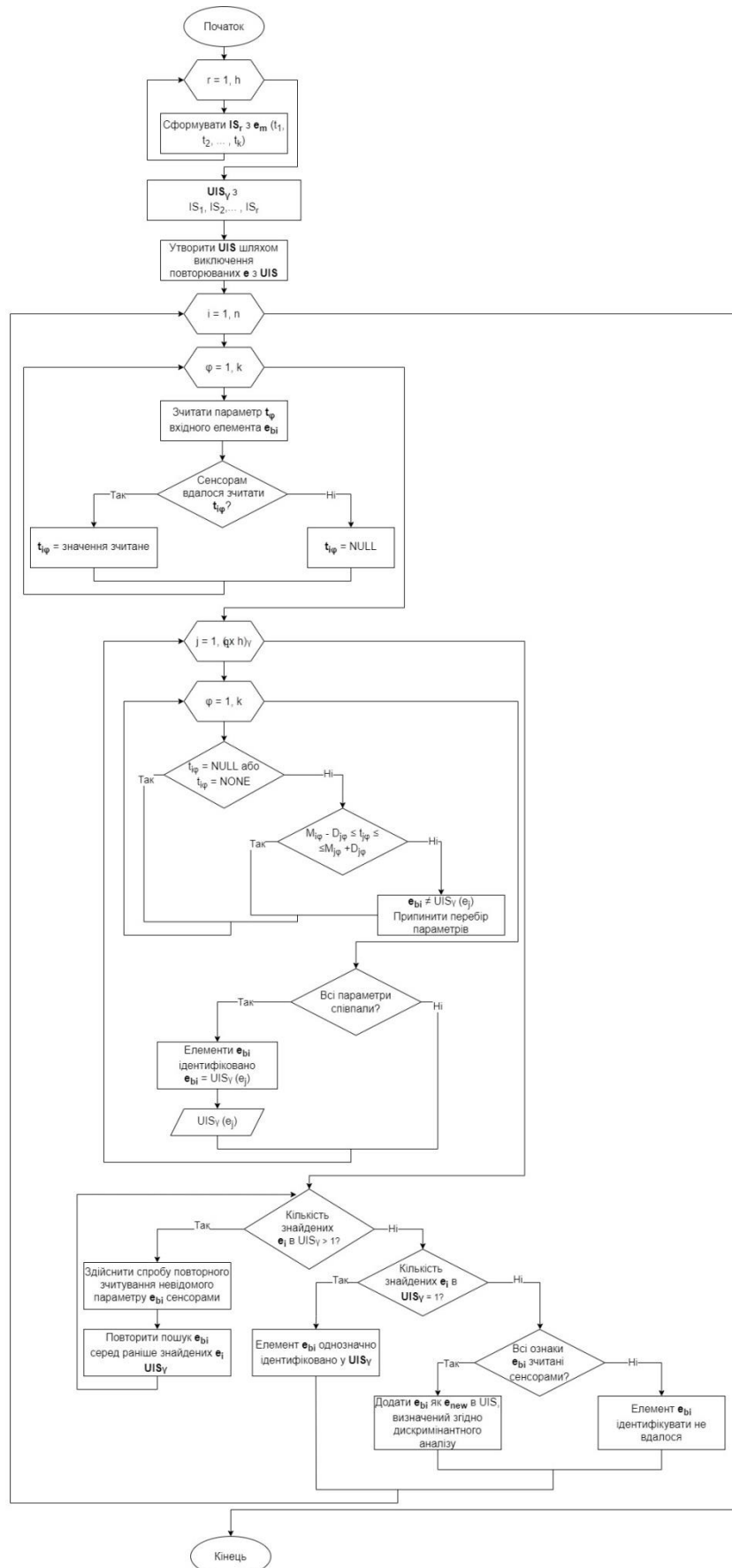


Рис. 2. Схема методу ідентифікації вхідного елемента за допомогою єдиного інформаційного простору

Для параметру t_{u_j} можливі значення $\{t_{u_{j_1}}, \dots, t_{u_{j_k}}\}$, де k – кількість допустимих значень параметру деякого елементу.

Якщо для e_i задано хоча б одне значення параметра t_{u_j} , то множина заданих значень задається: $\{t_{u_{j_1}}(e_i), \dots, t_{u_{j_k}}(e_i)\}$, при цьому очевидно, що $\{t_{u_{j_1}}(e_i), \dots, t_{u_{j_k}}(e_i)\} \subset \{t_{u_{j_1}}, \dots, t_{u_{j_k}}\}$.

Якщо для e_i не задано значення параметра t_{u_j} , то множина наборів значень для параметрів визначається: $\{t_{u_{j_1}}(e_i), \dots, t_{u_{j_n}}(e_i)\}$, $t_u \neq \emptyset$.

Таким чином, формула пошуку елемента за його параметрами має вигляд:

$$FT(e_i) = \left\{ \begin{array}{l} \{t_{u_{j_1}}(e_i), \dots, t_{u_{j_k}}(e_i)\} \subset T \\ \{t_{u_{j_1}}(e_i), \dots, t_{u_{j_n}}(e_i)\} \subset \{t_{u_{j_1}}, \dots, t_{u_{j_k}}\}, t_u(e_i) \neq \emptyset \end{array} \right\}.$$

В процесі покроково задаються значення підмножини параметрів для побудови формули пошуку за параметрами, таким чином формується запит з метою отримання шуканої вибірки інформаційних об'єктів.

Висновки. Розроблено метод ідентифікації вхідного елемента на основі об'єднання інформаційних просторів в єдиний інформаційний простір для подальшого пошуку в ньому цього ж елемента. Запропоновано формулу пошуку елемента за параметрами на основі теоретико-множинного формалізму.

Список використаних джерел

1. Berson A. Master Data Management and Customer Data Integration for a Global Enterprise / Berson A., Dubov L. // McGraw-Hill, 2007.
2. Maciaszek L.A. Managing Complexity of Enterprise Information Systems. In: Seruca I., Cordeiro J., Hammoudi S., Filipe J. (eds). Enterprise Information Systems VI. Springer, Dordrecht. 2006. Pp. 30-36.
3. Vlasysk H. The Method of Solving Problems of Optimal Restoration of Telecommunication Signals / Vlasysk H., Zamrii I., Shkapa V., Laptiev S., Kalyniuk A., Laptieva T. // 2021 IEEE 3th International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT), December 15-17, 2021, pp. 71-75.
4. Собчук В.В. Методика створення єдиного інформаційного простору на виробничому підприємстві з функціонально стійким виробничим процесом / Собчук В.В. // Наукове періодичне видання «Системи управління, навігації та зв'язку», 2019, Вип. 6 (58), с. 84-91.
5. Sobchuk V. Strategies for Control Automated Production Centers to Ensure the Functional Stability of Enterprise Information Systems / Sobchuk V., Zamrii I., Vlasysk H., Tsvietkova Yu. // 2021 IEEE 3th International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT), 2021, pp. 61-66.
6. Завгородний В.В. Единое информационное пространство производственных предприятий на основе связанных данных / Завгородний В.В., Щербак С.С. // Системи обробки інформації, 2013, № 2, с. 275–278.
7. Schmidt A. A Method for the Identification and Definition of Information Objects / Schmidt A., Otto B. // In M. Pamela Neely, Leo Pipino, John P. Slone, editors, Proceedings of the 13th International Conference on Information Quality, MIT, Cambridge, MA, USA, 2008, pp. 214-228.
8. Doerr M. Information Carriers and Identification of Information Objects: An Ontological Approach / Doerr M., Tzitzikas Ya. // Computer Science, 2012, pp. 1-30.
9. Neiling M. Identification of Real-world Objects in Multiple Databases. In: Spiliopoulou, M., Kruse, R., Borgelt, C., Nürnberger, A., Gaul, W. (eds) From Data and Information Analysis to Knowledge Engineering. Studies in Classification, Data Analysis, and Knowledge Organization. Springer, Berlin, Heidelberg, 2006.
10. Senjian A. Efficient algorithms for subwindow search in object detection and localization / Senjian A., Peursum P., Wanquan L., Venkatesh S. // IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Miami, Florida, USA, June 20–25, 2009: proceeding, IEEE, Washington, D. C, USA, pp. 264–271.
11. Москаленко В.В. Інформаційно-екстремальне машинне навчання системи ідентифікації об'єктів на місцевості / Москаленко В.В., Коробов А.Г. // Журнал інженерних наук, 2016, Вип. 3, №. 1, с. 1-7.

12. Thome G. Grundlagen und Modelle des Information Lifecycle Management / Thome G., Sollbach W. // Springer. Berlin, 2007.
13. Dodonov A. Method of searching for information objects in unified information space / Dodonov A., Mukhin V., Zavgorodnii V., Kornaga Ya., Zavgorodnya A. // System research and information technologies, 2021, № 1, pp. 34–46.
14. Gershkovich M.M. The tasks of identification of informational objects in area-spread data arrays / Gershkovich M.M., Biryukova T.K. // Systems and Means of Informatics, 2014, № 24(1), pp. 224–243.

References

1. BERSON A., DUBOV L. Master Data Management and Customer Data Integration for a Global Enterprise // McGraw-Hill, 2007.
2. MACIASZEK L.A. Managing Complexity of Enterprise Information Systems. In: Seruca I., Cordeiro J., Hammoudi S., Filipe J. (eds). Enterprise Information Systems VI. Springer, Dordrecht. 2006. Pp. 30-36.
3. VLASYK H., ZAMRII I., SHKAPA V., LAPTIEV S., KALYNIUK A., LAPTIEVA T. The Method of Solving Problems of Optimal Restoration of Telecommunication Signals // 2021 IEEE 3th International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT), December 15-17, 2021, pp. 71-75.
4. SOBCHUK V.V. Metodyka stvorennia yedynoho informatsiinoho prostoru na vyrobnychomu pidpriemstvi z funktsionalno stiikym vyrobnychym protsesom // Naukove periodychne vydannia «Systemy upravlinnia, navihatsii ta zviazku», 2019, Vol. 6 (58), pp. 84-91.
5. SOBCHUK V., ZAMRII I., VLASYK H., TSVIETKOVA Yu. Strategies for Control Automated Production Centers to Ensure the Functional Stability of Enterprise Information Systems // 2021 IEEE 3th International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT), 2021, pp. 61-66.
6. ZAVGORODNIY V.V., SHCHERBAK S.S. Edinoe informatsionnoye prostranstvo proizvodstvennykh predpriyatiy na osnove svyazannykh dannyakh // Systemy obrobky informatsii, 2013, № 2, pp. 275–278.
7. SCHMIDT A., OTTO B. A Method for the Identification and Definition of Information Objects // In M. Pamela Neely, Leo Pipino, John P. Slone, editors, Proceedings of the 13th International Conference on Information Quality, MIT, Cambridge, MA, USA, 2008, pp. 214-228.
8. DOERR M., TZITZIKAS Ya. Information Carriers and Identification of Information Objects: An Ontological Approach // Computer Science, 2012, pp. 1-30.
9. NEILING M. Identification of Real-world Objects in Multiple Databases. In: Spiliopoulou, M., Kruse, R., Borgelt, C., Nürnberger, A., Gaul, W. (eds) From Data and Information Analysis to Knowledge Engineering. Studies in Classification, Data Analysis, and Knowledge Organization. Springer, Berlin, Heidelberg, 2006.
10. SENJIAN A., PEURSUM P., WANQUAN L., VENKATESH S. Efficient algorithms for subwindow search in object detection and localization // IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Miami, Florida, USA, June 20–25, 2009: proceeding, IEEE, Washington, D. C, USA, pp. 264– 271.
11. MOSKALENKO V. V., KOROBOV A. G. Informacijno-ekstremal'ne mashynne navchannja systemy identyfikacii' ob'ektiv na miscevosti // Zhurnal inzhenernyh nauk, 2016, Vol. 3, No. 1, pp. 1-7.
12. THOME G., SOLLBACH W. Grundlagen und Modelle des Information Lifecycle Management // Springer. Berlin, 2007.
13. DODONOV A., MUKHIN V., ZAVGORODNII V., KORNAGA Ya., ZAVGORODNYA A. Method of searching for information objects in unified information space // System research and information technologies, 2021, № 1, pp. 34–46.
14. GERSHKOVICH M.M., BIRYUKOVA T.K. The tasks of identification of informational objects in area-spread data arrays // Systems and Means of Informatics, 2014, № 24(1), pp. 224–243.

Надійшла до редколегії

УДК 517

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2022/3.7>

О.Г. Наконечний¹, д.ф.-м.н., проф.
О.А. Капустян^{1,2}, д.ф.-м.н., с.н.с.
Ю.М. Шевчук^{1,2}, к.ф.-м.н.
М.В. Лосева¹,
О.Ю. Косуха¹

Інтелектуальна система аналізу реакцій на новини на основі даних Телеграм-каналів

¹ Київський національний університет імені
Тараса Шевченка, 83000, м. Київ, пр-т. Глушкова 4д,
e-mail: iuliia.shevchk@knu.ua

² Університет м.Лаквіла, Італія, 67100 Лаквіла,
будівля "Ренато Рікамо" (Коппіто 1), вул.
Ветойо, Коппіто,
e-mail: iuliia.shevchuk@univaq.it

O.G. Nakonechnyi¹, Dr.Sci.
O.A. Kapustian^{1,2}, Dr.Sci.
Yu. M. Shevchuk^{1,2}, PhD
M.V. Loseva¹,
O. Yu. Kosukha¹

A intellectual system of analysis of reactions to news based on data from Telegram channels

¹Taras Shevchenko National University of Kyiv,
83000, Kyiv, 4d Glushkova str.,
e-mail: iuliia.shevchk@knu.ua

²The University of L'Aquila, Italy, 67100
L'Aquila, Edificio "Renato Ricamo" (Coppito 1),
Via Vetoio, Coppito,
e-mail: iuliia.shevchuk@univaq.it

У даній статті представлено опис системи інтелектуального аналізу та прогнозування реакцій на новини на основі даних Телеграм-каналів. Запропоновано механізм збирання та попередньої обробки наборів даних для запропонованої системи, описано методіку тематичного аналізу отриманих даних та модель, що використовується системою для отримання прогнозів реакцій на Телеграм-повідомлення в контексті від його тексту.

Ключові слова: обробка природної мови, аналіз тональності тексту, найвний баєсів класифікатор, соціальні медіа, Телеграм.

This paper describes the system of intellectual analysis and prediction of reactions to the news based on data from Telegram channels. In particular, the features of collecting and pre-processing datasets for the intelligence systems, the methodology of thematic analysis of the received data, and the model used to obtain predictions of reactions to Telegram messages depending on their text are described. We show the work of this system in the example of the Ukrainian news Telegram channel. The results are estimations of probability of emojis for the news from the testing dataset. Also, we give F-measures for our approaches to precise input data and models.

Key Words: natural language processing, sentiment analysis, naive Bayes classifiers, social media, Telegram messenger.

Статтю представив д.ф.-м.н. Пашко А.О.

Телеграм, починаючи від своєї появи в 2013 році, з кожним роком збільшує свою частку користувачів у медіа-сфері. Особливо цьому сприяє його політика конфіденційності та цензура інших соціальних медіа. При цьому виникає потреба для аналізу повідомлень у публічних каналах цього типу медіа, які мають свої характерні особливості, яких немає, наприклад, в Твіттері або Фейсбуці. Наприклад, це можливість використання чат-ботів для автоматизації тих чи інших функцій ([1] - [2]). Також з 30 січня 2021 року користувачі Телеграму можуть висловлювати своє ставлення до повідомлень за

допомогою реакції — смайлу, який можна поставити на повідомлення, і який бачить автор повідомлення та інші користувачі. Це дає можливість для покращення алгоритмів аналізу тональності текстів повідомлень та аналізу поведінки користувачів, тобто ширші можливості для тих напрямів аналітики, які активно розвивались і до цього (наприклад, [3] - [4]).

Потрібно відмітити, що для інших масмедіа, зокрема, Facebook і Twitter, дослідження контенту користувачів є задачами, які активно розв'язуються ([5] - [7]).

Мета роботи полягає у формалізації прин-

ципів, технологій та алгоритмів, які можна рекомендувати для розробки ефективної системи інтелектуального аналізу та прогнозування реакцій на новини на основі даних Телеграм-каналів, а також створення прототипу такої системи.

1 Збір та попередня обробка даних

Однією із задач дослідження було формування навчальної вибірки для інтелектуального аналізу повідомлень у Телеграм-каналах.

Нами було створено датасет, сформований з 21455 новинних повідомлень з реакціями Телеграм-каналу ТСН [9] з 09 березня по 20 вересня 2022 р. Основними критеріями при його виборі були: україномовний контент; відсутність орієнтації на специфічну цільову аудиторію, як, наприклад, у Телеграм-каналів районів міст і т.п.; активність підписників (середнє охоплення повідомлення близько 200 000 переглядів).

Тобто на основі цього можна обґрунтовано припускати репрезентативність сформованого датасету повідомлень із цього джерела.

Для отримання доступу до даних Телеграм-каналу була використана Telegram API ([8]). Для цього, а також для синтаксичного аналізу даних було розроблено програмну реалізацію на мові Python, код якої розміщено у відкритому доступі [10].

Також в якості попередньої обробки даних були видалені повідомлення, які не мають тексту (наприклад, картинки чи фотографії) або які мають лише посилання на сторінки в мережі Інтернет.

Фінальний набір даних має такі поля: дата і час повідомлення, кількість переглядів, його текст, типи реакцій, кількість реакцій кожного типу відповідно.

Множину типів реакцій звужено до таких типів:



Наведені типи реакцій, окрім смайла обличчя клоуна - стандартний набір реакції для користувача Телеграм. Смайл обличчя клоуна до 18 вересня 2022 р. був доступний тільки для преміум-користувачів, але все одно є дуже популярним, тому його включено в множину типів реакцій.

2 Особливості реалізації тематичного аналізу повідомлень

Наступним етапом дослідження було перетворення отриманого набору даних у стандартизований формат, з яким могли б працювати алгоритми штучного інтелекту.

Оскільки для нашого дослідження не була потрібна деталізована інформація про реакції користувачів, їх було поділено на дві категорії:

- позитивні



- негативні



У підсумку замість фіксування абсолютної кількості позначок для кожного типу реакцій зберігалась інформація про відносну частку реакцій конкретної категорії відносно всієї кількості реакцій. Це значним чином зменшило кількість пам'яті, потрібної для збереження тестової вибірки, та спростило подальшу роботу на етапі навчання моделі для прогнозування реакцій на повідомлення.

Також кожне повідомлення було промарковане як позитивне або негативне: якщо відносна сумарна частка позитивних реакцій більша ніж 0.5, то повідомлення маркувалось як позитивне, і як негативне в іншому випадку.

У сформованому наборі даних налічується 13333 позитивних та 8122 негативних повідомлення (Рис. 1).

Співвідношення кількості позитивних та негативних повідомлень в наборі даних:

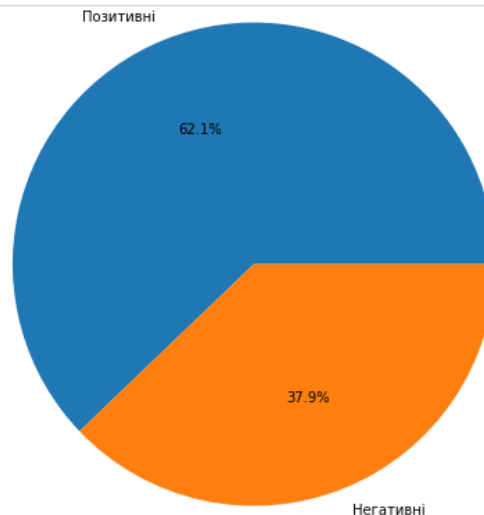


Рис. 1: Результати тематичного аналізу навчального набору даних

Також було проведено попередню обробку тексту:

- вилучено всі смайли
- видалено знаки пунктуації;
- видалено гіперпосилання на зовнішні ресурси;
- весь текст переведено в нижній регістр.

Також було проведено аналіз слів, які найчастіше використовуються в повідомленнях, які ми розмістили як позитивні (Рис. 2) або негативні (Рис. 3).

При цьому були виключені з розгляду шумові слова та проведена лематизація слів (прикладом лематизації є групування слова «добре» за такими словами, як «краще» та «найкраще»). Потрібно відмітити, що ці дії не дали покращення для точності результатів моделі для прогнозу реакцій на повідомлення (детальніше про це в Розділі 3).



Рис. 2: Word cloud часто використовуваних слів у позитивних повідомленнях

Для візуалізації результатів використали представлення word cloud, для яких характерна прямопропорційна залежність розміру шрифту слова від частоти його вживання. Як можна відмітити, перетин множини слів, характерних для позитивних та негативних новин, є не пустою множиною. Звідси можна припустити, що орієнтуючись під час використання алгоритмів природної обробки мови виключно на текстову частину новинного повідомлення, може відбутись спрощення сентиментального змістовного

контексту повідомлення, в той час як використання реакцій на повідомлення дозволяє цього уникнути.

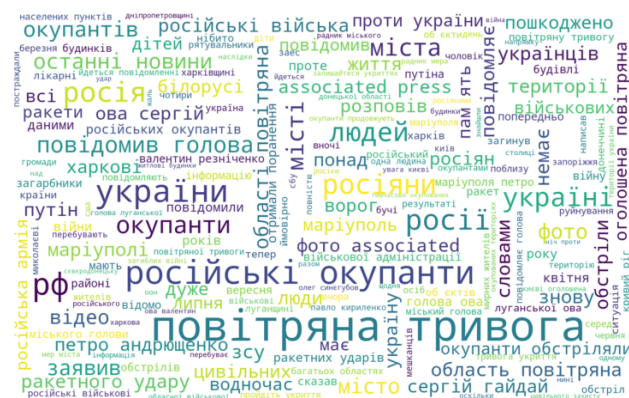


Рис. 3: Word cloud часто використовуваних слів у негативних повідомленнях

3 Методика прогнозування реакцій на Телеграм-повідомлення

Для переведення тексту в числовий вид було застосовано два методи:

- модель “торба слів”, яка кожному слову співвідносить його частоту появи в тексті;
- TF-IDF, де вага слова пропорційна кількості вживань цього слова у повідомленні, і обернено пропорційна частоті вживання слова у інших повідомленнях датасету.

Було використано два алгоритми:

- наївний баєсів класифікатор;
- метод опорних векторів.

Наївний баєсів класифікатор [11] для кожного слова формує умовні ймовірності того, що, якщо це слово є в повідомленні, то повідомлення віднесеться в відповідний клас. При застосуванні методу, речення розбивається на слова і всі раніше вираховані умовні ймовірності слів множаться між собою. Такі добутки обчислюються для двох випадків: клас позитивний або негативний. Отримані дві ймовірності порівнюються і надається перевага тому класу, ймовірність якого більша. Цей метод активно використовується для розв'язку прикладних проблем у різних сферах (наприклад, [12] - [15]). При роботі методу опорних векторів [16] для тренувального набору даних формується модель, яка відображає повідомлення у точку

в просторі. Дане відображення працює так, щоб розділити повідомлення різних категорій якнайширшою прогалиною. При застосуванні методу, повідомлення відображається на отриманий простір та належить тій категорії, на бік якої відносно прогалини воно потрапило ([17] - [20]).

Навчання проводилось з використання кожної комбінації методів, також ми спробували провести таке ж навчання з видаленням шумових слів.

Отримані F-міри на випробувальному датасеті для кожної моделі:

Табл. 1: F-міри для різних моделей

Назва	F-міра без видалення шумових слів	F-міра з видаленням шумових слів
nb_cv	0.851	0.849
nb_tf_idf	0.861	0.859
svc_cv	0.853	0.851
svc_tf_idf	0.848	0.848

У Таб. 1 такі використовуються наступні скорочення:

- префікси в назвах: **nb** — наївний баєсівський класифікатор; **svc** — метод опорних векторів;
- суфікси в назвах: **cv** — переведення тексту в числовий вид за допомогою "торби слів"; **tf_idf** — переведення тексту в числовий вид за допомогою методики TF-IDF.

Можна зробити висновок, що видалення шумових слів не покращує точність моделі. Варто зазначити, що якщо слово зустрічається часто, то методика TF-IDF надає йому малу вагу. Таким чином, вплив деякої частини шумових слів нівелюється при використанні TF-IDF. Також маємо найкращу модель — наївний баєсівський класифікатор з використанням TF-IDF і F-мірою 0.86.

4 Подальші напрямки розвитку дослідження

Як було відмічено, в даному дослідженні порівнюються результати роботи для двох різних алгоритмів з видаленням та невидаленням зашумлень. У підсумку отримуємо, що F-міри для цих випадків різняться в сотих. Очевидно, що подальші дослідження мають стосуватись принципового покращення F-мір для запропонованих алгоритмів.

Одними із перспективними напрямками є:

- збільшувати навчальні вибірки для тренування алгоритмів аналізу новин, причому як для запропонованого каналу, так і спроби навчання на новинах з інших Телеграм-каналів;
- використовувати для попередньої обробки алгоритм word2vec, який використовує нейромережну модель для навчання пов'язаностей слів із великого корпусу тексту й виявлення слів-синонімів;
- дослідження можливості покращення результатів за рахунок використання нейронних мереж різних типів;
- використання трансформерів: моделей глибокого навчання, які базуються на використанні механізму уваги: роздільно зважуючи важливість кожної частини даних входу;
- зміна цільової функції: оскільки на даний момент вхідні датасет (навчальний та тестовий) ділиться за типами реакції на два умовні класи, а потім відбувається класифікація, то можна модифікувати цей підхід, щоб спочатку обчислювався прогноз відсотку кожної реакції та вже потім порівнювати отримані результати.

Висновки

З наведених вище результатів можна зробити висновок, що інтелектуальний аналіз повідомлень в Телеграм-каналах можна звести до

використання вже розроблених раніше алгоритмів обробки природної мови. Але, якщо брати до уваги, що для української мови поки відносно мала кількість промаркованих наборів даних, в тому числі й змістовних словників тональності української мови (вони зараз на початковому рівні формування), то цей напрямок досліджень є доволі перспективним. Також потрібно відмітити потребу в дослідженнях, пов'язаних з розробкою інструментів для аналізу реакцій, адже сам Телеграм на даний момент не пропонує цей функціонал як базову частину аналітики для Телеграм-каналів.

Такі дослідження є особливо актуальними на фоні збільшення популярності Телеграму як нецензурованого майданчику для поширення новин та фейків.

На основі результатів, отриманих в цій роботі, можна формувати більші набори даних, використовуючи повідомлення одразу з багатьох каналів, та на їх базі формувати ефективніші моделі. На основі отриманих моделей можна розробляти системи для оцінки звучання тексту, що може допомогти в написанні текстів у повсякденному житті, а також за допомогою моделі проводити аналітику повідомлень звичайних користувачів для оцінки громадського настрою.

Дана робота виконана за підтримки Міністерства освіти та науки України у рамках виконання спільного українсько-литовського науково-дослідного проекту "Моделювання ролі людського потенціалу для забезпечення оборони країни під час новітніх загроз"(Договір № М/27-2022 від 23.05.2022).

Список використаних джерел

1. *Mondal A.* Chatbot: An automated conversation system for the educational domain / A. Mondal , M. Dey, D. Das, S. Nagpal, K. Garda // International Joint Symposium on Artificial Intelligence and Natural Language Processing (iSAI-NLP). — 2018. — P. 1-5.
2. *Karimpour D.* User recommendation based on Hybrid filtering in Telegram messenger / D. Karimpour, M.A.Z. Chahooki , A. Hashemi // 26th International Computer Conference, Computer Society of Iran (CSICC). — 2021. — P. 1-7.
3. *Hashemi A.* Telegram group quality measurement by user behavior analysis / A. Hashemi, M.A. Zare Chahooki // Social Network Analysis and Mining. — 2019. — № 9(1). — P. 1-12.
4. *Karimpour D.* User recommendation in Telegram messenger by graph analysis and mathematical modeling of users' behavior / D. Karimpour , M.A. Zare Chahooki , A. Hashemi // Journal of Information and Communication Technology. — 2021. — № 49. — P. 151-172.
5. *Eichstaedt J. C.* Facebook language predicts depression in medical records / J.C. Eichstaedt, R.J. Smith, R.M. Merchant, L.H. Ungar, P. Crutchley, D. Preoiuc-Pietro, H.A. Schwartz // Proceedings of the National Academy of Sciences. — 2018. — №115(44). — P. 11203-11208.
6. *Kachamas P.* Application of artificial intelligent in the prediction of consumer behavior from Facebook posts analysis / P. Kachamas , S. Akkaradamrongrat, S. Sinthupinyo, A. Chandrachai// International Journal of Machine Learning and Computing. — 2019. — №9(1). — P. 91-97.
7. *Essien A.* A deep-learning model for urban traffic flow prediction with traffic events mined from twitter / A. Essien , I. Petrounias , P. Sampaio , S. Sampaio // World Wide Web. — 2021. — №24(4). — P. 1345-1368.
8. Telegram APIs. Режим доступу: <https://core.telegram.org/>
9. Телеграм-канал TCH. Режим доступу: https://t.me/TCH_channel
10. Код програмної реалізації. Режим доступу: https://github.com/KosukhaOlexandr/reactions_prediction/blob/main/clear_dataset.py
11. *Mosteller F.* Inference and disputed authorship: The Federalist / F. Mosteller , D.L. Wallace // Stanford Univ Center for the Study. — 2007.
12. *Козак Є. Б.* Принципи впровадження моделей машинного навчання у сфері інтелектуального обслуговування промислового обладнання /Є.Б. Козак // Таврійський

науковий вісник. Серія: Технічні науки. — 2021. — №3. — С. 19-28.

13. Білецький Т. П. Прогнозування дефектів у програмному забезпеченні алгоритмами глибинного навчання CNN та RNN / Т. П. Білецький, Д. В. Федасюк // Науковий вісник НЛТУ України. — 2021. — №31(2). — С. 114-120.
14. Ahmad F. Prediction of slope stability using Tree Augmented Naive-Bayes classifier: Modeling and performance evaluation. /F. Ahmad, X.W. Tang, J.N. Qiu, P. Wrblewski, M. Ahmad, I. Jamil // Math. Biosci. Eng. — 2022. — №19. — P. 4526-4546.
15. Kewsuwan N. A sentiment analysis model of agritech startup on Facebook comments using naive Bayes classifier / N. Kewsuwan, S. Kajornkasirat //International Journal of Electrical & Computer Engineering (2088-8708). — 2022. — №12(3).
16. Cortes C. Support-Vector Networks / C. Cortes, V Vapnik //Machine Learning. — 1995. — №20. — P.273-297.
17. Jose C. Local deep kernel learning for efficient non-linear svm prediction / C. Jose, P. Goyal, P. Aggrwal, M. Varma //In International conference on machine learning. — 2013. — P. 486-494.
18. Поکیدін Д. Економетрична модель Національного банку України для оцінки кредитного ризику банку та альтернативний метод опорних векторів / Д. Поکیدін // Вісник Національного банку України. — 2015. — №234. — С. 53-67.
19. Верлань А. І. Огляд та порівняння методів машинного навчання для розпізнавання гідроакустичних сигналів / А.І. Верлань, А.О. Олексій //Інфокомунікаційні та комп'ютерні технології. — 2022. — №1(03). — С. 296-306.
20. Ramasamy L. K. Performance analysis of sentiments in Twitter dataset using SVM models/ L. K. Ramasamy, S. Kadry, Y. Nam, M.N. Meqdad // Int. J. Electr. Comput. Eng. — 2021. — №11(3). — P. 2275-2284.

References

1. MONDAL A., DEY M., DAS D., NAGPAL S. and GARDA K. (2018) Chatbot: An automated conversation system for the educational domain. *2018 International Joint Symposium on Artificial Intelligence and Natural Language Processing (iSAI-NLP)*. pp. 1-5.
2. KARIMPOUR D., CHAHOOKI M. A. Z. and HASHEMI A.(2021) User recommendation based on Hybrid filtering in Telegram messenger. *26th International Computer Conference, Computer Society of Iran (CSICC)*. pp. 1-7.
3. HASHEMI A. and ZARE CHAHOOKI M. A. (2019) Telegram group quality measurement by user behavior analysis. *Social Network Analysis and Mining*. 9(1). pp. 1-12.
4. KARIMPOUR D., ZARE CHAHOOKI M. A. and HASHEMI A. (2021) User recommendation in Telegram messenger by graph analysis and mathematical modeling of users' behavior. *Journal of Information and Communication Technology*. 49(49). pp. 151-172.
5. EICHSTAEDT J. C., SMITH R. J., MERCHANT R. M., UNGAR L. H., CRUTCHLEY P., PREOIUC-PIETRO D. and SCWARTZ H. A. (2018) Facebook language predicts depression in medical records. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 115(44). pp. 11203-11208.
6. KACHAMAS P., AKKARADAMRONGRAT S., SINTHUPINYO S. and CHANDRACHAI A. (2019) Application of artificial intelligent in the prediction of consumer behavior from Facebook posts analysis. *International Journal of Machine Learning and Computing*. 9(1). pp. 91-97.
7. ESSIEEN A., PETRUONIAS I., Sampaio P. and SAMPAIO S. (2021) A deep-learning model for urban traffic flow prediction with traffic events mined from twitter. *World Wide Web*. 24(4). pp. 1345-1368.
8. Telegram APIs. Available from: <https://core.telegram.org/>

9. Телеграм-канал TCH. Available from: https://t.me/TCH_channel
10. Code of the program realization. Available from: https://github.com/KosukhaOlexandr/reactions_prediction/blob/main/clear_dataset.py
11. MOSTELLER F. and WALLACE D. L. (2007) Inference and disputed authorship: The Federalist. *Stanford Univ Center for the Study*.
12. KOZAK YE.B. (2021) *Pryncypy vprovadzhennya mashynnoho navchannya v sheri intelektualnogo obslugovuvannya promuslovogo obladnannya. Tavriiskyi naukovyi visnyk. Seria: Technichni nauky.* (3). pp. 19-28.
13. BILETSKIY T.P. and FEDASYK D.V. (2021) Prognozuvannya defektiv v programnomu zabezpechenni alhorytmamy glubunnoho navchannya CNN ta RNN. *Naukovyi visnyk NLTU.* 31(2). pp. 114-120.
14. AHMAD F., TANG X. W., QIU J. N., WRBLEWSKI P., AHMAD M. and JAMIL I. (2022) Prediction of slope stability using Tree Augmented Naive-Bayes classifier: Modeling and performance evaluation. *Math. Biosci. Eng.* 19. pp. 4526–4546.
15. KEWSUWUN N. and KAJORNKASIRAT S. (2022) A sentiment analysis model of agri-tech startup on Facebook comments using naive Bayes classifier. *International Journal of Electrical & Computer Engineering* (2088-8708). 12(3).
16. CORTES C. and VAPNIK V. (1995) Support-Vector Networks. *Machine Learning*. 20. pp.273–297.
17. JOSE C., GOYAL P., AGGRWAL P. and VARMA M. (2013) Local deep kernel learning for efficient non-linear svm prediction. *In International conference on machine learning.* pp. 486–494.
18. POKIDIN D. (2015). Ekonometrychna model Nacionalnogo banku Ukrainy dlya ocinky kredytnogo ryzyku banku ta alternatyvnyi metod opornykh vectoriv. *Visnyk Nacionalnogo banku Ukrainy.* 234. pp. 53.
19. VERLAN A. I. and OLEKSII A. O. (2022) Oglyad ta porivnyannya methodiv mashynnoho navchannya dlya rozpiznavannya gidroakustychnykh sygnaliv. *Informaciini ta kompyuterni tehnologii.* 1(03). pp. 296-306.
20. RAMASAY L. K., KADRY S., NAM Y. and MEQDAD M. N. (2021) Performance analysis of sentiments in Twitter dataset using SVM models. *Int. J. Electr. Comput. Eng.* 11(3). pp. 2275-2284.

Надійшла до редколегії 29.08.2022