УДК 539.376

<https://doi.org/10.17721/1812-5409.2020/1-2.12>

Печук Є. Д., к.ф.-м.н., с.н.с.
Краснопольська Т. С., д.ф.-м.н., проф.
Рудницька М. О., пров.інж.

E. D. Pechuk, Dr.
T. S. Krasnopolskaya, Dr. Sc. (Phys.- Math.), Prof.
M. O. Rudnytska.

Хвильові характеристики кардіореспіраторної системи при підвищенні пульсу

Wave characteristics of the cardiorespiratory system under increasing of a heart rate

Інститут гідромеханіки НАНУ,
03680, м. Київ, вул. Капніс 8/4
e-mail: t.krasnopolskaya@tue.nl

Institute of hydromechanics NASU,
03680, Kyiv, Kapnis str. 8/4
e-mail: t.krasnopolskaya@tue.nl

Досліджено вплив частоти серцевих скорочень на ступінь хаотизації динаміки моделі взаємодії серцево-судинної та респіраторної підсистем. Розглянута модель містить як прямий, так і зворотній механічний зв'язок між серцем та хвилями, що породжені рухом грудної клітини. Використано прикладні чисельні методи теорії динамічних систем. Показано, як збільшення пульсу може впливати на хвильові характеристики роботи серця.

Ключові слова: серцево-судинна система, респіраторна система, зворотній зв'язок, хаос.

The heart rate influence on chaotic dynamics of the model of interaction between cardiovascular and respiratory subsystems has been studied. The considered model contains both direct and inverse mechanical connection between the heart and the waves generated by the movement of the chest. Applied numerical methods of the theory of dynamical systems are used. It is shown how an increase in heart rate can affect the wave characteristics of the heart.

Key Words: cardiovascular system, respiratory system, limited excitation, chaos.

Статтю представив д.ф.-м.н., проф. Жук Я.О.

1. Вступ

Однією з найбільш інформативних та легко вимірюваних характеристик серцево-судинної системи людини є частота серцевих скорочень (ЧСС) або пульс. По підвищенню або пониженню та взагалі зміні пульсу часто можливо виявити початок патологічних процесів в організмі людини. При цьому важливе значення має зовнішній вплив та емоційний стан пацієнта. Так, у людини в стані спокою ЧСС має бути майже постійною. При цьому, за 8 діб до раптової серцевої смерті серцевий ритм характеризується вираженою періодичністю [1]. У здорової людини серцевий ритм є хаотичним [1]. Звичайно, це не така ступінь хаотичності, як при аритмії або ішемічній хворобі серця, але здоровому серцю притаманна саме наявність хаотичної складової. Тому при моделюванні динаміки серцево-судинної системи необхідно

враховувати наявність зовнішнього впливу та різноманітних шумів. Зазвичай це досягається просто накладенням деякої стохастичної компоненти на саму модель або отриманий розв'язок. В наших попередніх роботах показано, як саме взаємодія серця та хвиль, що породжені рухами грудної клітки призводить до суттєвої хаотизації основних характеристик кардіоінтервалу, таких як верхній (систолічний) та нижній (діастолічний) тиск і пульс.

Відомо, що при різних хворобах, наприклад ГРВІ та грипі спостерігається підвищення температури тіла і частоти серцевих скорочень. Виникає питання, як така реакція організму позначається на регулярності чи хаотичності кардіосистеми. В цій роботі досліджується вплив підвищення пульсу на ступінь хаотизації всередині системи серце-легені.

Рис. 1. Проекція фазового простору на площину кардіоінтервалу та систолічного тиску для випадку пульсу 60 та значень $\eta = 0.03$, $\eta = 0.07$, $\eta = 0.1$, $\eta = 0.17$ (зліва направо та зверху вниз).

Рис. 2. Проекція фазового простору на площину кардіоінтервалу та систолічного тиску для випадку пульсу 90 та значень $\eta = 0.03$, $\eta = 0.07$, $\eta = 0.1$, $\eta = 0.17$ (зліва направо та зверху вниз).

2. Математична модель та результати чисельного моделювання

Модель взаємодії серцево-судинної і респіраторної систем, досліджувана в роботах [2-6], є системою дискретних відображень, що описують характеристики стану кардіоінтервалу при кожному скороченні серця.

Введемо наступні позначення:

систолічний тиск S , $S_0 = 120$ мм рт. ст.,

діастолічний тиск D , $D_0 = 80$ мм рт. ст.,

кардіоінтервал I , $I_0 = 800$ мс,

час артеріального загасання T , $T_0 = 1500$ мс.

$$\begin{cases} D'_i = c_1 S'_{i-1} \exp(-I'_{i-1} / T'_{i-1}) \\ S'_i = D'_i + \gamma \frac{T_0}{S_0} I'_{i-1} + \frac{(A + r_i)}{S_0} \sin \varphi_i + \frac{c_2}{S_0} \\ I'_i = G_v \frac{S_0}{T_0} \hat{S}'_{i-\tau_v} + G_\beta \frac{S_0}{T_0} F(\hat{S}', \tau_\beta) + \frac{c_3}{T_0}, (1) \\ T'_i = 1 + G_\alpha S_0 / T_0 - G_\alpha S_0 / T_0 F(\hat{S}', \tau_\alpha) \\ \hat{S}'_i = 1 + 18 / S_0 \arctan(S_0 (S'_i - 1) / 18) \end{cases}$$

де $i \geq 1$, $D' = D / S_0$, $S' = S / S_0$, $\hat{S}' = \hat{S} / S_0$,

$$I' = I / T_0, \quad T' = T / T_0, \quad c_1 = \frac{D_0}{S_0} \exp\left(\frac{I_0}{T_0}\right),$$

$$c_2 = S_0 - D_0 - \gamma I_0,$$

$$c_3 = I_0 - S_0 (G_v + G_\beta),$$

$$G_\alpha = 18 \text{ мс/мм рт.ст.}, \quad G_\beta = G_v = 9 \text{ мс/мм рт.ст.},$$

$$\gamma = 0.016 \text{ мм рт.ст./мс}, \quad A = 3 \text{ мм рт.ст.} - \text{амплітуда}$$

$$\text{зміни тиску систоли, обумовлена рухом грудної}$$

$$\text{клітки під час дихання, } f = 0.22 \text{ Гц} - \text{частота}$$

$$\text{дихання, } t_i = \sum_{k=0}^{i-1} I_k - \text{момент часу серцевого}$$

$$\text{скорочення,}$$

$$F = \frac{1}{9} (\hat{S}'_{i-\tau-2} + 2\hat{S}'_{i-\tau-1} + 3\hat{S}'_{i-\tau} + 2\hat{S}'_{i-\tau+1} + \hat{S}'_{i-\tau+2}),$$

$$\tau_\alpha = \tau_\beta = 4, \quad \tau_v = 0, \text{ якщо пульс менше за } 75$$

$$\text{удар/хв і } \tau_v = 1, \text{ якщо пульс більше ніж } 75$$

$$\text{удар/хв.}$$

Рухи грудної клітини, моделюються автоколивальною системою, що знаходиться під механічним імпульсним збуренням серцевих скорочень. При цьому, для моделювання впливу серцевих скорочень на дихальні осциляції використовуються рівняння дисипативного відображення Заславського, що узагальнені на випадок неперіодичних ударів серця різної інтенсивності [5-6].

Рис. 3. Часові реалізації величини кардіоінтервалу для випадку пульсу 90 та значень $\eta = 0.03$, $\eta = 0.07$, $\eta = 0.1$, $\eta = 0.17$ (зліва направо та зверху вниз).

$$r_{n+1} = (r_n - \eta(S_n - S_0) \sin \varphi_n) \exp\{-\kappa I_n\}, \quad (2)$$

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + 2\pi f I_n + \nu(r_n - \eta(S_n - S_0) \sin \varphi_n) \frac{1 - \exp\{-\kappa I_n\}}{\kappa},$$

тут $\eta > 0$ - безрозмірний параметр, що характеризує інтенсивність дії серцевих скорочень на респіраторну активність, відхилення амплітуди від граничного циклу, $\kappa > 0$ - коефіцієнт загасання збурення амплітуди, що визначає швидкість повернення збуреної системи до граничного циклу, φ - фаза коливань, ν - постійний параметр, що відповідає за ступінь зміни добавки до фази в залежності від величини відхилення r .

Раніше виявлено [4-6], що в рамках такого підходу параметр η є біфуркаційним, тобто при збільшенні впливу серцевих скорочень на респіраторну активність в моделі породжується режим хаотичних автоколивань. Тепер розглянемо поведінку системи (1) при збільшенні пульсу з 60 до 90 ударів на хвилину. Для чисельного моделювання візьмемо наступні початкові значення:

$$I[0] = 0.45, \text{ при пульсі } 90 \text{ ударів на хвилину,}$$

$$I[0] = 0.67, \text{ при пульсі } 60 \text{ ударів на хвилину,}$$

$$S'[-j] = 1.08, \quad j = 0, \dots, 6.$$

На рис. 1 показано проекцію фазового простору на площину кардіоінтервалу та систолічного тиску для випадку пульсу 60 та значень $\eta = 0.03$, $\eta = 0.07$, $\eta = 0.1$, $\eta = 0.17$

Рис. 4. Спектр потужності систолічного тиску для випадку пульсу 90 та значень а) $\eta = 0.03$, б) $\eta = 0.17$.

(зліва направо та зверху вниз). Як видно з графіків, незначна хаотизація спостерігається лише при $\eta = 0.17$. Аналогічні криві для випадку пульсу 90 ударів на хвилину зображено на рис. 2. В цьому випадку модель характеризується хаотичним режимом. На рис. 3 показано відповідні хвилюві реалізації величини кардіоінтервалу цих режимів за 60 секунд. Відхилення значень кардіоінтервалу проходить в області від 650 мс до 850 мс для регулярного режиму і від 770 мс до 810 мс для розвинутого хаосу. При цьому спостерігається також підвищення частоти пульсацій. Спектр потужності для значень параметру $\eta = 0.03$ та $\eta = 0.17$ побудовано на рис. 4. Обидва спектри мають неперервну структуру з добре вираженими сплесками в області хвиль Мейєра (0.1 Гц), при меншому значенні параметру $\eta = 0.03$. При $\eta = 0.17$ спектр зважений, з двома характерними піками на частоті 0.17 Гц та в області 0.335 Гц, що відповідає дещо підвищеній частоті хвиль дихання. Загальноприйнятою нормою дихання вважається частота 0.25 Гц [3], що відповідає періоду хвилі 4 секунди. Тобто модель демонструє збільшення частоти дихання при підвищенні пульсу, що також співпадає з експериментальними даними.

3. Висновок

Пульс дорослої людини без значних патологій в кардіосистемі становить близько 60 ударів на хвилину. При підвищенні температури тіла внаслідок вірусних інфекцій, його величина значно збільшується. В рамках моделі ДеБура та ін., яку узагальнено врахуванням зворотного впливу діяльності серця на хвилюві

характеристики рухів грудної клітини досліджено вплив підвищення пульсу до 90 ударів на хвилину. Виявлено, що процес хаотизації динамічного режиму настає при менших значеннях біфуркаційного параметру. Показано хаотичний режим та деякі його характеристики. Це може означати, що збільшення пульсу призводить

до підвищення загальної чутливості організму, внаслідок чутливої залежності хаотичних процесів від початкових умов і малих змін параметрів. Також виявлено ефект підвищення частоти дихальних осциляцій на частотному спектрі хаотичного і режиму величини кардіоінтервалу.

Список використаних джерел

1. *Goldberger Ary L. Clinical Electrocardiography: A Simplified Approach*, 7th ed. / Ary L. Goldberger. – Philadelphia: Mosby Elsevier, 2006. – 420 p.
2. *DeBoer R.W. Hemodynamic fluctuations and baroreflex sensitivity in humans: A beat-to-beat model* / R.W. DeBoer, J. M. Karemaker, J. Strakee // *Amer. J. Physiol.* – 1987. – **253**, – P. H680–H689.
3. *Гринченко В.Т. Модель взаимодействия сердечно-сосудистой и респираторной систем* / В.Т. Гринченко, А.Г. Рудницький // *Акустический вестник*. – 2006. – **9**, N 3. – С. 16–26.
4. *Краснопольська Т.С. Cardiorespiratory System with Strong Interaction* / Т. С. Краснопольська, Є. Д. Печук // *Chaotic Modeling and Simulation (CMSIM)*. – 2017. – № 1, – P.141 – 146.
5. *Печук Є.Д. Серцево-респіраторна система як система з обмеженим збудженням* / Є. Д. Печук, Т. С. Краснопольська, М. О. Рудницька // *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія фізико-математичні науки*. – 2019. – № 2, – P.59 – 62.
6. *Печук Є.Д. Influence of the Heart Rate on Dynamics of Cardiorespiratory System* / Є. Д. Печук, Т. П. Коновалюк, Т. В. Соболев, Т. С. Краснопольська, // *In 12th Chaotic Modeling and Simulation International Conference*. Ed.: Christos H. Skiadas & Yiannis Dimotikalis. Springer Nature Switzerland AG 2020. – 2020. – P.211 – 216.

References

1. GOLDBERGER, ARY L. (2006) *Clinical Electro-cardiography: A Simplified Approach*, 7th ed. Philadelphia: Mosby Elsevier.
2. DEBOER, R.W., KAREMAKER, J. M. and STRAKEE, J. (1987). Hemodynamic fluctuations and baroreflex sensitivity in humans: A beat-to-beat model. *Amer. J. Physiol.*, 253, p.H680–H689.
3. GRINCHENKO, V.T. and RUDNITSKY, A.G. (2006) *Model' vzaimodeistvia serdechno-sosudistoi i respiratornoi sistem*. *Akusticheskii vestnik*, 9(3), p.16–26.
4. KRASNOPOLSKAYA T.S. and PECHUK E.D., (2017) *Cardiorespiratory System with Strong Interaction, Chaotic Modeling and Simulation (CMSIM)*, N1, p.141 – 146.
5. PECHUK E.D. KRASNOPOLSKAYA T.S. and RUDNYTSKA M.O. (2019) *Cardiorespiratory system as system with limited excitation, Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv Series Physics & Mathematics*, N2, p.59 – 62.
6. PECHUK E.D. et al. (2020) *Influence of the Heart Rate on Dynamics of Cardiorespiratory System, In 12th Chaotic Modeling and Simulation International Conference*. Ed.: Christos H. Skiadas & Yiannis Dimotikalis. Springer Nature Switzerland AG 2020, p.211 – 216.

Надійшла до редколегії 30.01.20